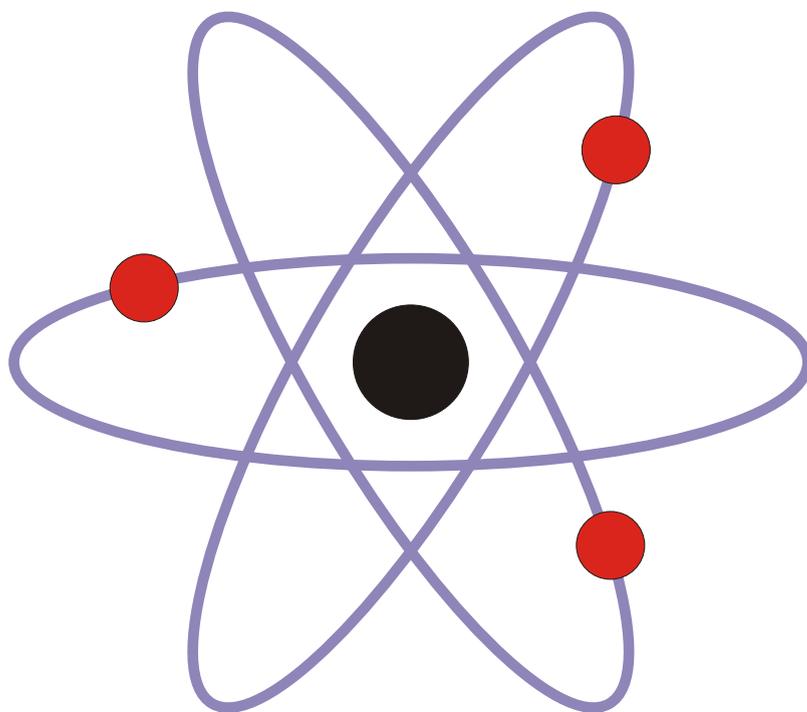


Московский Энергетический Институт

Экзаменационная программа в форме шпаргалок
На третий семестр.

Для ЭЭФ лектор: Ермаков Борис Владимирович



Издатели: Гусева М. А.

Если этот текст можно прочитать, то копия подлинная

Павленко А. М.

1. Корпускулярно-волновой дуализм свойств света.

1. Электромагнитное излучение обладает одновременно корпускулярными и волновыми свойствами.

2. Корпускулярные свойства света обусловлены тем, что масса m , энергия E и импульс P фотона локализованы в малой области.

3. Волновые свойства фотона определяются характером его движения в пространстве.

Это движение описывается уравнением Максвелла: $rot \vec{E} = - \dot{rot \vec{H}}$ или $\Delta \vec{E} = - \frac{1}{c^2} \ddot{rot \vec{H}}$

Эквивалентным им волновым уравнением $\Delta \vec{E} = - \frac{1}{c^2} \ddot{E}$. Решая это уравнение можно найти плотность энергии $\rho = \epsilon_0 E^2$. Зная, найдем энергию поля в объеме dV :

$dW = \rho dV = \epsilon_0 E^2 dV$. С другой стороны эта энергия будет равна: $dW = h N_0 dP$, где h - энергия фотона, N_0 - число фотонов, dP - вероятность попадания фотона в объем dV .

$\rho = \epsilon_0 E^2 = h N_0 dP / dV$, в результате величина $\frac{dP}{dV} \sim E^2$. Плотность вероятности попадания фотона в данную точку пространства пропорциональна квадрату амплитуды электромагнитной волны.

Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества. Гипотеза Де-Бройля.

Согласно де-Бройлю, корпускулярно-волновой дуализм присущ материи как таковой.

1. Корпускулярные свойства материи обусловлены тем, что масса, энергия и импульс частиц локализованы в малой области пространства.

2. Волновые свойства частиц определяются характером их движения в пространстве.

3. Для описания этого движения каждой частице ставится в соответствие волновой процесс (волны де-Бройля).

Длина волны де-Бройля $\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv}$ - классической импульс.

Частота волны де-Бройля $\nu = \frac{W}{h}$ - энергия частицы, $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Дж с - постоянная Планка. Волны де-Бройля не являются электромагнитными. Аналогов этой волне в классической физике нет.

4. Плотность вероятности попадания частицы в данную область (точку) пространства пропорциональна квадрату модуля амплитуды волны де-Бройля.

Экспериментальное подтверждение гипотезы де-Бройля:

1. Классический случай: Пусть масса m летит со скоростью v . Длина волны де-Бройля $\lambda = \frac{h}{mv}$. Никакие волновые свойства в этом случае не обнаруживаются.

2) Квантовый случай: Электрон проходит ускоряющую разность потенциалов U . Определим длину волны де-Бройля.

$\frac{mv}{2} = eU; P = mv = \sqrt{2meU}$, $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$. При $d = \lambda$ можно наблюдать дифракцию и волновые свойства наблюдаются будут.

Волновые свойства частиц вещества.

Опыт К. Дэвиссона и Л. Джермера: Поток электронов, проходя ускоряющую разность потенциалов, попадает на кристалл никеля и отражается от него, согласно закону дифракции.

Число отраженных электронов зависит от ускоряющей разности потенциалов.

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$



Аналогичный эксперимент проводится для рентгеновского излучения, где наблюдается отражение рентгеновского луча.

Формула Вульфа-Бригга: Из теории дифракции известно, что условия максимума при дифракции на объемные структуры $2d \sin \alpha = \lambda$. Для кристалла никеля $d = 0.91 \text{ \AA}$, $\alpha = 45^\circ$, $\lambda = 1.28 \text{ \AA}$ - при кот. наблюдается максимум.

Процесс отражения электронов - это и есть процесс дифракции на объемной структуре. Волновые свойства.

2. Соотношение неопределенности Гейзенберга.

Согласно Гейзенбергу, для любой частицы нельзя одновременно с произвольной степенью точности определить координату и проекцию импульса на соответствующую ось. Между неопределенностями этих величин должно существовать соотношение

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2}, \Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{2}, \Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{2}$$

x, y, z - неопределенности координаты и импульса.

Соотношение Гейзенберга, в частности, определяет степень корректности использования тех или иных понятий классических в квантовой механике.

Оно позволяет выяснить, можно ли использовать в данной ситуации законы классической механики или нельзя.

Величины, связанные соотношением Гейзенберга называют **канонически сопряженными**. Для этих величин A и B , где A и B - канонически сопряженные величины. В частности, канонически сопряженным является энергия и время: W и t .

3. Квантово-механическое описание состояния (движения) частицы.

1. Частица обладает одновременно волновыми и корпускулярными свойствами.

2. Корпускулярные свойства обусловлены тем, что масса, энергия и импульс частиц локализованы в малой области пространства.

3. Волновые свойства частицы определяются характером движения частицы в пространстве.

Для описания этого движения каждой частице ставится в соответствие волновой процесс (волны де-Бройля).

Сам волновой процесс характеризуется пси-функцией ψ , которая подчиняется уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (U - E) \psi = 0$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ - постоянная Планка; $\sqrt{-1}$ - мнимое число; $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия; Δ - оператор Лапласа (в декартовых системах координат)

ψ - комплексная функция (пси-функция). Так как пси-функция - это комплексная функция, то никакого физического смысла она не несет. Физический смысл имеет квадрат ее модуля, который равен плотности вероятности попадания частицы в данную точку пространства.

$|\psi|^2 = \rho$ - плотность вероятности попадания частицы в данную точку пространства.

Вероятность обнаружения частицы в объеме V : $dP = |\psi|^2 dV$

Не всякое решение уравнения Шредингера может играть роль пси-функции.

- функция должна удовлетворять условиям:

1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.

2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывными.

3. Функция должна быть интегрируема.

При этом должно выполняться условие нормировки: $\int_V |\psi|^2 dx dy dz = 1$

Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

Пример: Свободная частица, движущаяся вдоль осей x . Поставим в соответствие частице бегущую волну $\psi = A \cos(kx - \omega t)$

$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \psi$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi$, $W = \hbar \omega$, $W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h} P$, $\omega = \frac{2\pi \nu}{1} = \frac{2\pi}{h} W$

$$A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$A e^{i \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)}$$

$$A e^{i \frac{2\pi}{h} (P x - W t)}$$

$$A e^{i \frac{2\pi}{h} (P x - W t)}$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

4. Волновая функция, и её статистический смысл.

Волновой процесс характеризуется пси-функцией ψ , которая подчиняется уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (U - E) \psi = 0$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ - постоянная Планка; $\sqrt{-1}$ - мнимое число; $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия; Δ - оператор Лапласа (в декартовых системах координат)

ψ - комплексная функция (пси-функция). Так как пси-функция - это комплексная функция, то никакого физического смысла она не несет. Физический смысл имеет квадрат ее модуля, который равен плотности вероятности попадания частицы в данную точку пространства.

$|\psi|^2 = \rho$ - плотность вероятности попадания частицы в данную точку пространства. Вероятность обнаружения частицы в объеме V :

$dP = |\psi|^2 dV$

Не всякое решение уравнения Шредингера может играть роль пси-функции.

- функция должна удовлетворять условиям:

1. Она должна быть однозначна, непрерывна, дифференцируема.

2. Производные от функции $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi}{\partial t}$ также должны быть непрерывными.

3. Функция должна быть интегрируема.

При этом должно выполняться условие нормировки: $\int_V |\psi|^2 dx dy dz = 1$

Условие нормировки имеет простой физический смысл: левая часть - вероятность обнаружения частицы в любой точке пространства. Т.к. частица существует, то эта вероятность является достоверным фактором и должна быть равна 1.

Пример: Свободная частица, движущаяся вдоль осей x . Поставим в соответствие частице бегущую волну $\psi = A \cos(kx - \omega t)$

$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \psi$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi$, $W = \hbar \omega$, $W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h} P$, $\omega = \frac{2\pi \nu}{1} = \frac{2\pi}{h} W$

$$A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$A e^{i \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)}$$

$$A e^{i \frac{2\pi}{h} (P x - W t)}$$

$$A e^{i \frac{2\pi}{h} (P x - W t)}$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

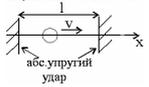
$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

$$R A \cos \left(\frac{2\pi}{h} P x - \frac{2\pi}{h} W t \right)$$

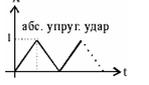
8. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме бесконечной глубины. Волновая функция.

1. Классический анализ.

Шарик движется вдоль оси x.



Нахождение шарика в любой точке внутри этого потенциального ящика равновероятно.



Энергия шарика может принимать любые значения. $W = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

2. Квантовая задача. Микрочастица находится в области пространства, ограниченной непроницаемыми стенками.



Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0$$

Т.к. $U_1=0$ и $U_2=0$, то области 1 и 2 недоступны для микро частиц. Потому пси-ф-ия в этих областях должна быть = 0: $\psi=0, \psi=0$.

Запишем уравнение Шредингера для 2 области: т.к. задача одномерная, то $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$.

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx$$

Введем обозначения: $k^2 = \frac{2mW}{\hbar^2}$. Тогда $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$. Решение уравнения ищем в виде e^{ikx} или в виде $\sin kx$ и $\cos kx$.

Т.к. $\psi=0$ (функция должна удовлетворять ряду условий (на нее накладываются ограничения), в частности, она должна быть непрерывна и, то получим след. вещь: $A \sin(0) = 0$; $A \cos(0) + B \sin(0) = 0$ $A=0$

Тогда ψ имеет вид: $\psi = B \sin kx$
 Условие непрерывности при $x=l$ дает нам соотношение: $\psi(l)=0$; $B \sin kl=0$
 1 случай: $B=0$, тогда $\psi=0$, что означает - яме нет частицы
 2 случай: В 0, тогда $\sin kl=0$, что означает, что $kl = \pi$, где $n=1,2,3, \dots, n$. В противном случае $\psi=0$ (т.е. яма пуста).

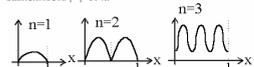
$$k = \frac{n\pi}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Найдем В из условия нормировки: $\int_0^l |\psi|^2 dx = 1$ - достоверный факт наличия частицы в яме.

$$B^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1 \Rightarrow B = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

Выводы и решения:

1. Вероятность нахождения частицы в разных точках пространства зависит от х. Эта вероятность $dP = |\psi|^2 dx = \frac{2}{l} \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx$ - плотность вероятности и. Зависимость $|\psi|^2$ от х:



Пусть k - волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \text{с другой стороны } kl = \pi n$$

$\frac{2}{l} \sin^2 \frac{n\pi x}{l} = n^2$; $\frac{2}{l} \sin^2 \frac{n\pi x}{l} = n^2$ - условие существования стоячей волны

Решение уравнения Шредингера существует, если в ширине ямы укладывается целое число полуволн - Бройля.

2. Сп. Энергия микрочастицы, находящейся в потенциальной яме может принимать только дискретный ряд значений, т.е. она квантована.

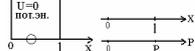
$$kl = \frac{n\pi}{l} = \frac{n\pi}{l} \Rightarrow W_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ml^2}$$



$$\text{Расстояние между уровнями } W_{n+1} - W_n = \frac{\hbar^2 n \pi^2}{2ml^2} = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ml^2}$$

Числовые оценки: Для электрона $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг; если $l = 1$ см, то $W \approx 10^{-18}$ эВ. Энергетические уровни расположены очень близко. В этом случае энергия не квантована, т.е. поведение частицы можно описать законами классической физики. Если же $l = 10^{-10}$ м, то $W \approx 68$ эВ. В этом случае энергия микрочастицы квантована. В этом случае поведение частицы описывается только квантовой механикой.

3. Оценка энергии микрочастицы в яме с точки зрения соотношения в неопределенности.



21. Функция распределения. Статистика Бозе-Энштейна.

Функция распределения f(x).

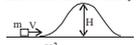
Функция распределения пропорциональна средней заполняемости фазовых ячеек в малой области фазового пространства, которая соответствует энергии частиц ϵ (ϵ - это среднее число изобразительных точек, которым соответствует некоторая энергия). Например: $\epsilon_1 = 10^{-20}$ Дж; $\epsilon_2 = 10^{-19}$ Дж; $\epsilon_3 = 10^{-18}$ Дж; $\epsilon_4 = 10^{-17}$ Дж; $\epsilon_5 = 10^{-16}$ Дж; $\epsilon_6 = 10^{-15}$ Дж; $\epsilon_7 = 10^{-14}$ Дж; $\epsilon_8 = 10^{-13}$ Дж; $\epsilon_9 = 10^{-12}$ Дж; $\epsilon_{10} = 10^{-11}$ Дж; $\epsilon_{11} = 10^{-10}$ Дж; $\epsilon_{12} = 10^{-9}$ Дж; $\epsilon_{13} = 10^{-8}$ Дж; $\epsilon_{14} = 10^{-7}$ Дж; $\epsilon_{15} = 10^{-6}$ Дж; $\epsilon_{16} = 10^{-5}$ Дж; $\epsilon_{17} = 10^{-4}$ Дж; $\epsilon_{18} = 10^{-3}$ Дж; $\epsilon_{19} = 10^{-2}$ Дж; $\epsilon_{20} = 10^{-1}$ Дж; $\epsilon_{21} = 10^0$ Дж; $\epsilon_{22} = 10^1$ Дж; $\epsilon_{23} = 10^2$ Дж; $\epsilon_{24} = 10^3$ Дж; $\epsilon_{25} = 10^4$ Дж; $\epsilon_{26} = 10^5$ Дж; $\epsilon_{27} = 10^6$ Дж; $\epsilon_{28} = 10^7$ Дж; $\epsilon_{29} = 10^8$ Дж; $\epsilon_{30} = 10^9$ Дж; $\epsilon_{31} = 10^{10}$ Дж; $\epsilon_{32} = 10^{11}$ Дж; $\epsilon_{33} = 10^{12}$ Дж; $\epsilon_{34} = 10^{13}$ Дж; $\epsilon_{35} = 10^{14}$ Дж; $\epsilon_{36} = 10^{15}$ Дж; $\epsilon_{37} = 10^{16}$ Дж; $\epsilon_{38} = 10^{17}$ Дж; $\epsilon_{39} = 10^{18}$ Дж; $\epsilon_{40} = 10^{19}$ Дж; $\epsilon_{41} = 10^{20}$ Дж; $\epsilon_{42} = 10^{21}$ Дж; $\epsilon_{43} = 10^{22}$ Дж; $\epsilon_{44} = 10^{23}$ Дж; $\epsilon_{45} = 10^{24}$ Дж; $\epsilon_{46} = 10^{25}$ Дж; $\epsilon_{47} = 10^{26}$ Дж; $\epsilon_{48} = 10^{27}$ Дж; $\epsilon_{49} = 10^{28}$ Дж; $\epsilon_{50} = 10^{29}$ Дж; $\epsilon_{51} = 10^{30}$ Дж; $\epsilon_{52} = 10^{31}$ Дж; $\epsilon_{53} = 10^{32}$ Дж; $\epsilon_{54} = 10^{33}$ Дж; $\epsilon_{55} = 10^{34}$ Дж; $\epsilon_{56} = 10^{35}$ Дж; $\epsilon_{57} = 10^{36}$ Дж; $\epsilon_{58} = 10^{37}$ Дж; $\epsilon_{59} = 10^{38}$ Дж; $\epsilon_{60} = 10^{39}$ Дж; $\epsilon_{61} = 10^{40}$ Дж; $\epsilon_{62} = 10^{41}$ Дж; $\epsilon_{63} = 10^{42}$ Дж; $\epsilon_{64} = 10^{43}$ Дж; $\epsilon_{65} = 10^{44}$ Дж; $\epsilon_{66} = 10^{45}$ Дж; $\epsilon_{67} = 10^{46}$ Дж; $\epsilon_{68} = 10^{47}$ Дж; $\epsilon_{69} = 10^{48}$ Дж; $\epsilon_{70} = 10^{49}$ Дж; $\epsilon_{71} = 10^{50}$ Дж; $\epsilon_{72} = 10^{51}$ Дж; $\epsilon_{73} = 10^{52}$ Дж; $\epsilon_{74} = 10^{53}$ Дж; $\epsilon_{75} = 10^{54}$ Дж; $\epsilon_{76} = 10^{55}$ Дж; $\epsilon_{77} = 10^{56}$ Дж; $\epsilon_{78} = 10^{57}$ Дж; $\epsilon_{79} = 10^{58}$ Дж; $\epsilon_{80} = 10^{59}$ Дж; $\epsilon_{81} = 10^{60}$ Дж; $\epsilon_{82} = 10^{61}$ Дж; $\epsilon_{83} = 10^{62}$ Дж; $\epsilon_{84} = 10^{63}$ Дж; $\epsilon_{85} = 10^{64}$ Дж; $\epsilon_{86} = 10^{65}$ Дж; $\epsilon_{87} = 10^{66}$ Дж; $\epsilon_{88} = 10^{67}$ Дж; $\epsilon_{89} = 10^{68}$ Дж; $\epsilon_{90} = 10^{69}$ Дж; $\epsilon_{91} = 10^{70}$ Дж; $\epsilon_{92} = 10^{71}$ Дж; $\epsilon_{93} = 10^{72}$ Дж; $\epsilon_{94} = 10^{73}$ Дж; $\epsilon_{95} = 10^{74}$ Дж; $\epsilon_{96} = 10^{75}$ Дж; $\epsilon_{97} = 10^{76}$ Дж; $\epsilon_{98} = 10^{77}$ Дж; $\epsilon_{99} = 10^{78}$ Дж; $\epsilon_{100} = 10^{79}$ Дж; $\epsilon_{101} = 10^{80}$ Дж; $\epsilon_{102} = 10^{81}$ Дж; $\epsilon_{103} = 10^{82}$ Дж; $\epsilon_{104} = 10^{83}$ Дж; $\epsilon_{105} = 10^{84}$ Дж; $\epsilon_{106} = 10^{85}$ Дж; $\epsilon_{107} = 10^{86}$ Дж; $\epsilon_{108} = 10^{87}$ Дж; $\epsilon_{109} = 10^{88}$ Дж; $\epsilon_{110} = 10^{89}$ Дж; $\epsilon_{111} = 10^{90}$ Дж; $\epsilon_{112} = 10^{91}$ Дж; $\epsilon_{113} = 10^{92}$ Дж; $\epsilon_{114} = 10^{93}$ Дж; $\epsilon_{115} = 10^{94}$ Дж; $\epsilon_{116} = 10^{95}$ Дж; $\epsilon_{117} = 10^{96}$ Дж; $\epsilon_{118} = 10^{97}$ Дж; $\epsilon_{119} = 10^{98}$ Дж; $\epsilon_{120} = 10^{99}$ Дж; $\epsilon_{121} = 10^{100}$ Дж; $\epsilon_{122} = 10^{101}$ Дж; $\epsilon_{123} = 10^{102}$ Дж; $\epsilon_{124} = 10^{103}$ Дж; $\epsilon_{125} = 10^{104}$ Дж; $\epsilon_{126} = 10^{105}$ Дж; $\epsilon_{127} = 10^{106}$ Дж; $\epsilon_{128} = 10^{107}$ Дж; $\epsilon_{129} = 10^{108}$ Дж; $\epsilon_{130} = 10^{109}$ Дж; $\epsilon_{131} = 10^{110}$ Дж; $\epsilon_{132} = 10^{111}$ Дж; $\epsilon_{133} = 10^{112}$ Дж; $\epsilon_{134} = 10^{113}$ Дж; $\epsilon_{135} = 10^{114}$ Дж; $\epsilon_{136} = 10^{115}$ Дж; $\epsilon_{137} = 10^{116}$ Дж; $\epsilon_{138} = 10^{117}$ Дж; $\epsilon_{139} = 10^{118}$ Дж; $\epsilon_{140} = 10^{119}$ Дж; $\epsilon_{141} = 10^{120}$ Дж; $\epsilon_{142} = 10^{121}$ Дж; $\epsilon_{143} = 10^{122}$ Дж; $\epsilon_{144} = 10^{123}$ Дж; $\epsilon_{145} = 10^{124}$ Дж; $\epsilon_{146} = 10^{125}$ Дж; $\epsilon_{147} = 10^{126}$ Дж; $\epsilon_{148} = 10^{127}$ Дж; $\epsilon_{149} = 10^{128}$ Дж; $\epsilon_{150} = 10^{129}$ Дж; $\epsilon_{151} = 10^{130}$ Дж; $\epsilon_{152} = 10^{131}$ Дж; $\epsilon_{153} = 10^{132}$ Дж; $\epsilon_{154} = 10^{133}$ Дж; $\epsilon_{155} = 10^{134}$ Дж; $\epsilon_{156} = 10^{135}$ Дж; $\epsilon_{157} = 10^{136}$ Дж; $\epsilon_{158} = 10^{137}$ Дж; $\epsilon_{159} = 10^{138}$ Дж; $\epsilon_{160} = 10^{139}$ Дж; $\epsilon_{161} = 10^{140}$ Дж; $\epsilon_{162} = 10^{141}$ Дж; $\epsilon_{163} = 10^{142}$ Дж; $\epsilon_{164} = 10^{143}$ Дж; $\epsilon_{165} = 10^{144}$ Дж; $\epsilon_{166} = 10^{145}$ Дж; $\epsilon_{167} = 10^{146}$ Дж; $\epsilon_{168} = 10^{147}$ Дж; $\epsilon_{169} = 10^{148}$ Дж; $\epsilon_{170} = 10^{149}$ Дж; $\epsilon_{171} = 10^{150}$ Дж; $\epsilon_{172} = 10^{151}$ Дж; $\epsilon_{173} = 10^{152}$ Дж; $\epsilon_{174} = 10^{153}$ Дж; $\epsilon_{175} = 10^{154}$ Дж; $\epsilon_{176} = 10^{155}$ Дж; $\epsilon_{177} = 10^{156}$ Дж; $\epsilon_{178} = 10^{157}$ Дж; $\epsilon_{179} = 10^{158}$ Дж; $\epsilon_{180} = 10^{159}$ Дж; $\epsilon_{181} = 10^{160}$ Дж; $\epsilon_{182} = 10^{161}$ Дж; $\epsilon_{183} = 10^{162}$ Дж; $\epsilon_{184} = 10^{163}$ Дж; $\epsilon_{185} = 10^{164}$ Дж; $\epsilon_{186} = 10^{165}$ Дж; $\epsilon_{187} = 10^{166}$ Дж; $\epsilon_{188} = 10^{167}$ Дж; $\epsilon_{189} = 10^{168}$ Дж; $\epsilon_{190} = 10^{169}$ Дж; $\epsilon_{191} = 10^{170}$ Дж; $\epsilon_{192} = 10^{171}$ Дж; $\epsilon_{193} = 10^{172}$ Дж; $\epsilon_{194} = 10^{173}$ Дж; $\epsilon_{195} = 10^{174}$ Дж; $\epsilon_{196} = 10^{175}$ Дж; $\epsilon_{197} = 10^{176}$ Дж; $\epsilon_{198} = 10^{177}$ Дж; $\epsilon_{199} = 10^{178}$ Дж; $\epsilon_{200} = 10^{179}$ Дж; $\epsilon_{201} = 10^{180}$ Дж; $\epsilon_{202} = 10^{181}$ Дж; $\epsilon_{203} = 10^{182}$ Дж; $\epsilon_{204} = 10^{183}$ Дж; $\epsilon_{205} = 10^{184}$ Дж; $\epsilon_{206} = 10^{185}$ Дж; $\epsilon_{207} = 10^{186}$ Дж; $\epsilon_{208} = 10^{187}$ Дж; $\epsilon_{209} = 10^{188}$ Дж; $\epsilon_{210} = 10^{189}$ Дж; $\epsilon_{211} = 10^{190}$ Дж; $\epsilon_{212} = 10^{191}$ Дж; $\epsilon_{213} = 10^{192}$ Дж; $\epsilon_{214} = 10^{193}$ Дж; $\epsilon_{215} = 10^{194}$ Дж; $\epsilon_{216} = 10^{195}$ Дж; $\epsilon_{217} = 10^{196}$ Дж; $\epsilon_{218} = 10^{197}$ Дж; $\epsilon_{219} = 10^{198}$ Дж; $\epsilon_{220} = 10^{199}$ Дж; $\epsilon_{221} = 10^{200}$ Дж; $\epsilon_{222} = 10^{201}$ Дж; $\epsilon_{223} = 10^{202}$ Дж; $\epsilon_{224} = 10^{203}$ Дж; $\epsilon_{225} = 10^{204}$ Дж; $\epsilon_{226} = 10^{205}$ Дж; $\epsilon_{227} = 10^{206}$ Дж; $\epsilon_{228} = 10^{207}$ Дж; $\epsilon_{229} = 10^{208}$ Дж; $\epsilon_{230} = 10^{209}$ Дж; $\epsilon_{231} = 10^{210}$ Дж; $\epsilon_{232} = 10^{211}$ Дж; $\epsilon_{233} = 10^{212}$ Дж; $\epsilon_{234} = 10^{213}$ Дж; $\epsilon_{235} = 10^{214}$ Дж; $\epsilon_{236} = 10^{215}$ Дж; $\epsilon_{237} = 10^{216}$ Дж; $\epsilon_{238} = 10^{217}$ Дж; $\epsilon_{239} = 10^{218}$ Дж; $\epsilon_{240} = 10^{219}$ Дж; $\epsilon_{241} = 10^{220}$ Дж; $\epsilon_{242} = 10^{221}$ Дж; $\epsilon_{243} = 10^{222}$ Дж; $\epsilon_{244} = 10^{223}$ Дж; $\epsilon_{245} = 10^{224}$ Дж; $\epsilon_{246} = 10^{225}$ Дж; $\epsilon_{247} = 10^{226}$ Дж; $\epsilon_{248} = 10^{227}$ Дж; $\epsilon_{249} = 10^{228}$ Дж; $\epsilon_{250} = 10^{229}$ Дж; $\epsilon_{251} = 10^{230}$ Дж; $\epsilon_{252} = 10^{231}$ Дж; $\epsilon_{253} = 10^{232}$ Дж; $\epsilon_{254} = 10^{233}$ Дж; $\epsilon_{255} = 10^{234}$ Дж; $\epsilon_{256} = 10^{235}$ Дж; $\epsilon_{257} = 10^{236}$ Дж; $\epsilon_{258} = 10^{237}$ Дж; $\epsilon_{259} = 10^{238}$ Дж; $\epsilon_{260} = 10^{239}$ Дж; $\epsilon_{261} = 10^{240}$ Дж; $\epsilon_{262} = 10^{241}$ Дж; $\epsilon_{263} = 10^{242}$ Дж; $\epsilon_{264} = 10^{243}$ Дж; $\epsilon_{265} = 10^{244}$ Дж; $\epsilon_{266} = 10^{245}$ Дж; $\epsilon_{267} = 10^{246}$ Дж; $\epsilon_{268} = 10^{247}$ Дж; $\epsilon_{269} = 10^{248}$ Дж; $\epsilon_{270} = 10^{249}$ Дж; $\epsilon_{271} = 10^{250}$ Дж; $\epsilon_{272} = 10^{251}$ Дж; $\epsilon_{273} = 10^{252}$ Дж; $\epsilon_{274} = 10^{253}$ Дж; $\epsilon_{275} = 10^{254}$ Дж; $\epsilon_{276} = 10^{255}$ Дж; $\epsilon_{277} = 10^{256}$ Дж; $\epsilon_{278} = 10^{257}$ Дж; $\epsilon_{279} = 10^{258}$ Дж; $\epsilon_{280} = 10^{259}$ Дж; $\epsilon_{281} = 10^{260}$ Дж; $\epsilon_{282} = 10^{261}$ Дж; $\epsilon_{283} = 10^{262}$ Дж; $\epsilon_{284} = 10^{263}$ Дж; $\epsilon_{285} = 10^{264}$ Дж; $\epsilon_{286} = 10^{265}$ Дж; $\epsilon_{287} = 10^{266}$ Дж; $\epsilon_{288} = 10^{267}$ Дж; $\epsilon_{289} = 10^{268}$ Дж; $\epsilon_{290} = 10^{269}$ Дж; $\epsilon_{291} = 10^{270}$ Дж; $\epsilon_{292} = 10^{271}$ Дж; $\epsilon_{293} = 10^{272}$ Дж; $\epsilon_{294} = 10^{273}$ Дж; $\epsilon_{295} = 10^{274}$ Дж; $\epsilon_{296} = 10^{275}$ Дж; $\epsilon_{297} = 10^{276}$ Дж; $\epsilon_{298} = 10^{277}$ Дж; $\epsilon_{299} = 10^{278}$ Дж; $\epsilon_{300} = 10^{279}$ Дж; $\epsilon_{301} = 10^{280}$ Дж; $\epsilon_{302} = 10^{281}$ Дж; $\epsilon_{303} = 10^{282}$ Дж; $\epsilon_{304} = 10^{283}$ Дж; $\epsilon_{305} = 10^{284}$ Дж; $\epsilon_{306} = 10^{285}$ Дж; $\epsilon_{307} = 10^{286}$ Дж; $\epsilon_{308} = 10^{287}$ Дж; $\epsilon_{309} = 10^{288}$ Дж; $\epsilon_{310} = 10^{289}$ Дж; $\epsilon_{311} = 10^{290}$ Дж; $\epsilon_{312} = 10^{291}$ Дж; $\epsilon_{313} = 10^{292}$ Дж; $\epsilon_{314} = 10^{293}$ Дж; $\epsilon_{315} = 10^{294}$ Дж; $\epsilon_{316} = 10^{295}$ Дж; $\epsilon_{317} = 10^{296}$ Дж; $\epsilon_{318} = 10^{297}$ Дж; $\epsilon_{319} = 10^{298}$ Дж; $\epsilon_{320} = 10^{299}$ Дж; $\epsilon_{321} = 10^{300}$ Дж; $\epsilon_{322} = 10^{301}$ Дж; $\epsilon_{323} = 10^{302}$ Дж; $\epsilon_{324} = 10^{303}$ Дж; $\epsilon_{325} = 10^{304}$ Дж; $\epsilon_{326} = 10^{305}$ Дж; $\epsilon_{327} = 10^{306}$ Дж; $\epsilon_{328} = 10^{307}$ Дж; $\epsilon_{329} = 10^{308}$ Дж; $\epsilon_{330} = 10^{309}$ Дж; $\epsilon_{331} = 10^{310}$ Дж; $\epsilon_{332} = 10^{311}$ Дж; $\epsilon_{333} = 10^{312}$ Дж; $\epsilon_{334} = 10^{313}$ Дж; $\epsilon_{335} = 10^{314}$ Дж; $\epsilon_{336} = 10^{315}$ Дж; $\epsilon_{337} = 10^{316}$ Дж; $\epsilon_{338} = 10^{317}$ Дж; $\epsilon_{339} = 10^{318}$ Дж; $\epsilon_{340} = 10^{319}$ Дж; $\epsilon_{341} = 10^{320}$ Дж; $\epsilon_{342} = 10^{321}$ Дж; $\epsilon_{343} = 10^{322}$ Дж; $\epsilon_{344} = 10^{323}$ Дж; $\epsilon_{345} = 10^{324}$ Дж; $\epsilon_{346} = 10^{325}$ Дж; $\epsilon_{347} = 10^{326}$ Дж; $\epsilon_{348} = 10^{327}$ Дж; $\epsilon_{349} = 10^{328}$ Дж; $\epsilon_{350} = 10^{329}$ Дж; $\epsilon_{351} = 10^{330}$ Дж; $\epsilon_{352} = 10^{331}$ Дж; $\epsilon_{353} = 10^{332}$ Дж; $\epsilon_{354} = 10^{333}$ Дж; $\epsilon_{355} = 10^{334}$ Дж; $\epsilon_{356} = 10^{335}$ Дж; $\epsilon_{357} = 10^{336}$ Дж; $\epsilon_{358} = 10^{337}$ Дж; $\epsilon_{359} = 10^{338}$ Дж; $\epsilon_{360} = 10^{339}$ Дж; $\epsilon_{361} = 10^{340}$ Дж; $\epsilon_{362} = 10^{341}$ Дж; $\epsilon_{363} = 10^{342}$ Дж; $\epsilon_{364} = 10^{343}$ Дж; $\epsilon_{365} = 10^{344}$ Дж; $\epsilon_{366} = 10^{345}$ Дж; $\epsilon_{367} = 10^{346}$ Дж; $\epsilon_{368} = 10^{347}$ Дж; $\epsilon_{369} = 10^{348}$ Дж; $\epsilon_{370} = 10^{349}$ Дж; $\epsilon_{371} = 10^{350}$ Дж; $\epsilon_{372} = 10^{351}$ Дж; $\epsilon_{373} = 10^{352}$ Дж; $\epsilon_{374} = 10^{353}$ Дж; $\epsilon_{375} = 10^{354}$ Дж; $\epsilon_{376} = 10^{355}$ Дж; $\epsilon_{377} = 10^{356}$ Дж; $\epsilon_{378} = 10^{357}$ Дж; $\epsilon_{379} = 10^{358}$ Дж; $\epsilon_{380} = 10^{359}$ Дж; $\epsilon_{381} = 10^{360}$ Дж; $\epsilon_{382} = 10^{361}$ Дж; $\epsilon_{383} = 10^{362}$ Дж; $\epsilon_{384} = 10^{363}$ Дж; $\epsilon_{385} = 10^{364}$ Дж; $\epsilon_{386} = 10^{365}$ Дж; $\epsilon_{387} = 10^{366}$ Дж; $\epsilon_{388} = 10^{367}$ Дж; $\epsilon_{389} = 10^{368}$ Дж; $\epsilon_{390} = 10^{369}$ Дж; $\epsilon_{391} = 10^{370}$ Дж; $\epsilon_{392} = 10^{371}$ Дж; $\epsilon_{393} = 10^{372}$ Дж; $\epsilon_{394} = 10^{373}$ Дж; $\epsilon_{395} = 10^{374}$ Дж; $\epsilon_{396} = 10^{375}$ Дж; $\epsilon_{397} = 10^{376}$ Дж; $\epsilon_{398} = 10^{377}$ Дж; $\epsilon_{399} = 10^{378}$ Дж; $\epsilon_{400} = 10^{379}$ Дж; $\epsilon_{401} = 10^{380}$ Дж; $\epsilon_{402} = 10^{381}$ Дж; $\epsilon_{403} = 10^{382}$ Дж; $\epsilon_{404} = 10^{383}$ Дж; $\epsilon_{405} = 10^{384}$ Дж; $\epsilon_{406} = 10^{385}$ Дж; $\epsilon_{407} = 10^{386}$ Дж; $\epsilon_{408} = 10^{387}$ Дж; $\epsilon_{409} = 10^{388}$ Дж; $\epsilon_{410} = 10^{389}$ Дж; $\epsilon_{411} = 10^{390}$ Дж; $\epsilon_{412} = 10^{391}$ Дж; $\epsilon_{413} = 10^{392}$ Дж; $\epsilon_{414} = 10^{393}$ Дж; $\epsilon_{415} = 10^{394}$ Дж; $\epsilon_{416} = 10^{395}$ Дж; $\epsilon_{417} = 10^{396}$ Дж; $\epsilon_{418} = 10^{397}$ Дж; $\epsilon_{419} = 10^{398}$ Дж; $\epsilon_{420} = 10^{399}$ Дж; $\epsilon_{421} = 10^{400}$ Дж; $\epsilon_{422} = 10^{401}$ Дж; $\epsilon_{423} = 10^{402}$ Дж; $\epsilon_{424} = 10^{403}$ Дж; $\epsilon_{425} = 10^{404}$ Дж; $\epsilon_{426} = 10^{405}$ Дж; $\epsilon_{427} = 10^{406}$ Дж; $\epsilon_{428} = 10^{407}$ Дж; $\epsilon_{429} = 10^{408}$ Дж; $\epsilon_{430} = 10^{409}$ Дж; $\epsilon_{431} = 10^{410}$ Дж; $\epsilon_{432} = 10^{411}$ Дж; $\epsilon_{433} = 10^{412}$ Дж; $\epsilon_{434} = 10^{413}$ Дж; $\epsilon_{435} = 10^{414}$ Дж; $\epsilon_{436} = 10^{415}$ Дж; <

9. Туннельный эффект.

Одномерный прямоугольный потенциальный барьер конечной ширины.

1. Классический анализ.

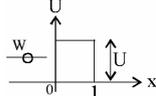
Шайба выскочит на левую сторону.



Если $\frac{mv^2}{2} > mgH$ (т.е. $W_{кин} > U_{пот}$), то шайба преодолевает горку.

Если $\frac{mv^2}{2} < mgH$, то происходит отражение (шайба уходит назад).

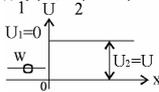
2. Квантовая задача.



Если $W > U$, то частица преодолевает потенциальный барьер, но есть вероятность отражения.

Если $W < U$, то частица отражается, но есть вероятность прохождения через барьер (туннельный эффект).

Для упрощения расчетов рассмотрим барьер бесконечной ширины:



Пусть энергия частицы меньше высоты барьера: $W < U$. Запишем для каждой из областей 1 и 2 уравнение Шредингера. Так как задача одномерная, то оператор Лапласа $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

1 обр.: $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -k^2 \psi$, $0 \leq x < \infty$; 2 обр.: $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = 0$, $x \geq 0$

Очевидно, что по условию $W < U$, поэтому $(W-U) < 0$.

Вывод обозначения: $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} W$; $\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (U - W)$

Получим 2 уравнения: $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -k^2 \psi$, $0 \leq x < \infty$; $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = 0$, $x \geq 0$

Решать будем методом Эйлера, т.е. решени с ищем в виде e^{ix} .

Для 1 ур-я: $e^{ix} + k^2 e^{ix} = 0$; $-k^2 e^{ix} = -ik$

Для 2 уравнения: $e^{ix} + k^2 e^{ix} = 0$; $-k^2 e^{ix} = -k^2 e^{ix} = 0$

$e^{ix} = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$

$e^{ix} = A_2 e^{\kappa x} + B_2 e^{-\kappa x}$

$e^{ix} = A_3 e^{-\kappa x} + B_3 e^{\kappa x}$

Т.к. вероятность обнаружения частицы в глубине барьера с ростом x должна уменьшаться, то $A_3 = 0$.

$A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} = A_2 e^{\kappa x} + B_2 e^{-\kappa x}$

$B_2 e^{-\kappa x} = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} - A_2 e^{\kappa x}$

$|A_1|^2$ – вероятность найти частицу в глубине барьера в точке x .

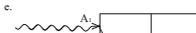
Коэффициенты B_1 и B_2 найдем из условий накладывая пси-функции.

Из непрерывности функции имеем: $\psi(0^+) = \psi(0^-)$; $A_1 + B_1 = B_2$. Из непрерывности производных функции имеем: $\psi'(0^+) = \psi'(0^-)$;

$i k A_1 - i k B_1 = \kappa B_2 - \kappa A_2$; $i k A_1 - i k B_1 = \kappa A_2 - \kappa B_2$; $B_2 = 2 i k A_1 / (\kappa - i k)$.

$D = \frac{2 k}{i k} A_1 e^{-\kappa x} = A_1 e^{-\kappa x}$

Если координата $x < 0$, то $|A_1|^2$ – вероятность обнаружения частицы в точке x .



$|A_1|^2$ – коэффициент прозрачности барьера

$D = \frac{|A_1|^2}{|A_1|^2} = \frac{4 k^2}{k^2 + \kappa^2} e^{-2 \kappa x} = \frac{4 W}{U + W} e^{-2 \kappa x}$

$D = e^{-2 \kappa x} \frac{4 W}{U + W}$

Численные оценки для электрона: 10^{-30} кг

Если $U = 5$ эВ

$e = 1A$; $D = 10^{-1}$

$e = 2A$; $D = 8 \cdot 10^{-3}$

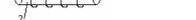
$e = 2A$; $D = 5 \cdot 10^{-7}$

17. Лазеры.

Рубиновый лазер.

Рубин Al_2O_3 с добавкой Cr_2O_3 0,03%. Рабочей средой являются ионы Cr^{3+} .

1 – глухое зеркало, 2 – зеленый свет (накачка энергии), 3 – пропускает 8% 10% излучения



Упрощенная энергетическая схема:



$A_2 \rightarrow A_1$ – безызлучательный переход, 1 – основное состояние.

10^{-10} с (метастабильный уровень), 694,3 нм – лазерное излучение.

Под действием излучения накачки создается инверсная заселенность метастабильного уровня 2.

$A_2 > A_1$

Рубиновый лазер работает в импульсном режиме. Излучение прекращается, когда опустошается уровень 2.

Образуется лавина



$L = k \frac{h}{h \nu}$, k – целое число. В эту длину должно складываться целое число волн.

Свойства лазерного излучения:

1. Когерентность.
2. Высокая степень монохроматичности $\sim 0.1 \text{ \AA}$.
3. высокая степень направленности (параллельности) пучка света.
4. большая мощность и в высокой плотности излучения.

Не – Не (гелее-неоновый) лазер.

Газоразрядная трубка.

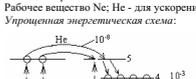


1 – глухое зеркало, 2 – прозрачное зеркало, ИВН создает газовый разряд.

Не – 1 мм рт. ст.

Рабочее вещество Не; Не – для ускорения процесса создания инверсной заселенности.

Упрощенная энергетическая схема:



1 – опустошается за счет соударений со стенками сосуда; 2 – метастабильное состояние;

10^{-6} с – передача возбужденного состояния от атома Не к атому Не; лав. иониз.

1 – переход в возбужденное состояние за счет ударов при газовом разряде.

Лазер работает в непрерывном режиме.

18. Статистическая физика. Способы описания макроскопической системы теп. Термодинамическое описание.

Химический потенциал.

Макросистема и методы описания их состояний.

Макросистема – совокупность огромного числа частиц.

1. вещество – совокупность атомов, молекул и т.д.

2. Квантовые (колебания в кристаллической решетке) – совокупность фотонов.

3. Поле:

- электромагнитное поле (совокупность фотонов)

- гравитационное поле (совокупность гравитонов)

- сильное взаимодействие (совокупность глюонов)

Свойства макросистемы зависят от индивидуальных свойств элементов, составляющих макросистему.

Элементы системы (частица):

1. Классические частицы, поставлены в такие условия, что их свойства описываются в классической физике.

2. Квантовые:

- фермионы (частицы с полуцелым спином) – электроны, протоны

- бозоны (частицы с целым спином) – фотоны, ядра с четным числом нуклонов

Статистический метод описания состояния макросистемы.

Это описание системы в целом, не вдаваясь в подробности состояния каждого элемента этой системы. Равновесное состояние – такое состояние, которое сохраняется с коль угодно долго без внешнего воздействия.

В равновесном состоянии можно ввести понятие параметров системы: P, V, T, U, S – это величины, характеризующие систему в целом. Внутренняя энергия $U = W_{кин} + W_{пот}$, потенциальная энергия – взаимодействие. Энтропия $S = k \ln W$, W – термодинамическое число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние. $DS = Q/T$ по обратной связи. Первое начало термодинамики: $Q = U - A$; $A = PdV$; $Q = TdS$, $dU = TdS - PdV$ – первое начало термодинамики для закрытой системы. Число частиц $N = \text{const}$.

Если число элементов системы меняется (N const), то система открытая, и первое начало термодинамики: $dU = TdS - PdV + dN \mu$, где μ – химический потенциал, dN – приращение числа частиц.

Если число элементов системы не меняется (N const), то система закрытая, и первое начало термодинамики: $dU = TdS - PdV$; $dN = 0$.

Физический смысл (химический потенциал):

Рассмотрим тепловую ирравильную равновесию систему постоянно го объема. Тепловизионная $Q=0$, следовательно $TdS=0$. Постоянный объем $dV=0$. Первое начало запишем следующим образом: $dU = dN \mu$.

$\frac{dU}{dN} = \frac{\partial U}{\partial N}$

Химический потенциал определяет приращение внутренней энергии тепловизионированной равновесной системы к оставшемуся объему при изменении ее числа частиц на единицу.

С-в-в макроскопическая система:

Идем две тепловизионированные системы:



Т.к. системы тепловизионированы и равновесны, то при обмене внутренней энергией $dU_1 = dU_2$, $dU = dN \mu$. Условие равновесия: $dN_1 = dN_2$, $dN_1 \mu_1 = dN_2 \mu_2$. При сливании двух тепловизион. равновесия, систем их хим. потенциалы выравниваются в состоянии равновесия.

Статистический метод описания св-в термодинамической системы.

При таком описании задается состояние каждого элемента системы.

Конечная цель – найти связь между микро- и макро- параметрами, т.е. зная состояние каждой частицы, нужно найти состояние системы в целом.

Микропараметры: m – масса одной частицы, V – скорость частицы, x, y, z – координата частицы и т.д. Микросостояние частицы определяется заданием ее координат и импульса, т.е. шестью числами (x, y, z, p_x, p_y, p_z) . Для наглядности введем шестимерное – пространство. В этом пространстве каждая реально движущаяся в нем частица поставим в соответствие изобразительную точку u , которая и определяет микросостояние частицы. Микросостояние системы определяется положением точки в фазовом пространстве. Реальное состояние каждой частицы определяется с некоторой погрешностью. Поэтому не имеет смысла задавать точное микросостояние частицы.

Разобьем весь фазовый объем на фазовые ячейки: $d = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$. Произведем эти ячейки и d, u, i – номер ячейки, тогда микросостояние частицы можно задать, указав номер ячейки.

Микросостояние системы определяется заполняемостью фазовых ячеек с учетом индивидуальных номеров частиц.

Макросостояние системы определяется заполняемостью фазовых ячеек без учета индивидуальных номеров частиц:



Статистический метод описания системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

Поэтому для квантовых частиц вводятся ограничения на возможные размеры фазовых ячеек:

$d \geq \frac{3}{8} \left(\frac{h}{2} \right)^3$ Будем брать фазовые ячейки объемом $d = h^3$.

Статистический вес системы – число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние системы.

одно микросостояние.

Равновесное состояние системы соответствует максимальной статистической вес. Любая термодин. сист. стремится к максимальному значению энтропии – второе начало термодинамики.

В квантовой механике справедливо соотношение неопределенности:

$x P_x \geq \frac{h}{2}$

$y P_y \geq \frac{h}{2}$

$z P_z \geq \frac{h}{2}$

19. Статистический способ описания макроскопической системы теп. Изображение состояния термодинамической системы в фазовом пространстве. Вырожденный и невырожденный газ. Критерий вырождения.

Статистический метод описания состояния макросистемы.

Это описание системы в целом, не вдаваясь в подробности состояния каждого элемента этой системы. Равновесное состояние – такое состояние, которое сохраняется с коль угодно долго без внешнего воздействия.

В равновесном состоянии можно ввести понятие параметров системы: P, V, T, U, S – это величины, характеризующие систему в целом. Внутренняя энергия $U = W_{кин} + W_{пот}$, потенциальная энергия – взаимодействие. Энтропия $S = k \ln W$, W – термодинамическое число микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние. $DS = Q/T$ по обратной связи. Первое начало термодинамики: $Q = U - A$; $A = PdV$; $Q = TdS$, $dU = TdS - PdV$ – первое начало термодинамики для закрытой системы. Число частиц $N = \text{const}$.

Если число элементов системы меняется (N const), то система открытая, и первое начало термодинамики: $dU = TdS - PdV + dN \mu$, где μ – химический потенциал, dN – приращение числа частиц.

Если число элементов системы не меняется (N const), то система закрытая, и первое начало термодинамики: $dU = TdS - PdV$; $dN = 0$.

Физический смысл (химический потенциал):

Рассмотрим тепловую ирравильную равновесию систему постоянно го объема. Тепловизионная $Q=0$, следовательно TdS

23. Невырожденный газ. Статистика Максвелла-Больцмана. Подсчёт числа частиц с энергией от до +d.
Невырожденный газ.

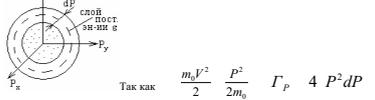
Газ называется вырожденным, если его свойства отличаются от свойств классического идеального газа. Индивидуальные свойства частиц проявляются только при плотном заполнении фазовых ячеек. Пусть N - число частиц, g - число ячеек. Рассмотрим N/g :
 - N/g < 1 - редкое заполнение фазовых ячеек. Индивидуальные свойства частиц не важны. Система не вырождена. Существует критическая температура $T_{sp} = \frac{N^{1/3} h^3}{2m_0 k}$

, где n - концентрация частиц, k - постоянная Больцмана.
 Если T > T_{sp} - газ не вырожден, если T < T_{sp} - газ вырожден. Для идеального газа T_{sp} 5K (почти всегда газ не вырожден), для электронного газа T_{sp} 50000K (всегда вырожден).
 Для невырожденного газа применяется статистика Максвелла-Больцмана. Статистика Максвелла-Больцмана.
 Эта статистика применяется для частиц, удовлетворяющих условию N/g < 1 или T > T_{sp}, т. е. для невырожденного газа, в частности, для идеального газа.



Подсчёт числа частиц dN, энергия которых лежит в интервале от до +d.
 Имеем газ в объеме V, N - полное число молекул, T - температура газа. Определим число молекул dN, энергия кот. = +d.
 Функция распределения f = dN/g, f - число точек в одной ячейке, g - число ячеек. Отсюда dN = f g. Число ячеек g = Gamma/(h^3/2), Gamma - объем фазового пространства, соответствует энергии (h^3/2) - объем кванты (этака)

$\int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int V \Gamma_P$
 где V - объем сосуда, Gamma_P - объем области в фазовом пространстве импульсов. (т.к. энергия не зависит от координат x,y,z, нет потенциального поля; интеграл можно представить как произведение двух инт. интегралов)
 В фазовом пространстве импульсов область, которой соответствует определённые значения энергии будет представлять шаровой слой радиуса и толщиной d.



Так как $\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{p^2}{2m_0}$ $\Gamma_P = 4 \pi P^2 dP$
 $dN = \frac{V \Gamma_P f}{\frac{1}{2} h^3}$

Перейдем с языка импульсов на язык энергии.
 $\frac{p^2}{2m} = P^2 = 2m_0$ (про дифференцируем), $2P dP = 2m_0 d$ (на P).
 $P^2 dP = P m_0 d$, $P^2 dP = \sqrt{2m_0} m_0 d$
 $\Gamma_P = 4 \sqrt{2m_0} m_0 d$
 $dN = g f \frac{2 V 2m_0^{3/2} \sqrt{e}}{h^3} e^{-\beta e} e^{\beta \vec{u} \cdot \vec{v}} d$

Значение хим. потенциала найдем из условия нормировки:
 $dN = N$
 $N = \frac{2 V 2m_0^{3/2}}{1/2 h^3} \int e^{\beta \vec{u} \cdot \vec{v}} \int e^{-\beta e} d \int e^{\beta \vec{u} \cdot \vec{v}} \int \frac{V 2 m_0 k T^2}{1/2 h^3} e^{\beta \vec{u} \cdot \vec{v}}$
 $\beta = \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}$, $k T \ln \frac{N}{V} \frac{1/2 h^3}{2 m_0 k T^2}$
 $dN = \frac{2 N}{\sqrt{kt}} \int e^{-\beta e} d$

число частиц, энергия которых лежит в пределах от до d (это распределение по эн. сгрупп., а не по энерг. степеням ячейкам).

26. Формула Планка. Законы теплового излучения. Оптическая пирометрия.

Формула планка.
 Планку первому удалось найти выражение функции Кирхгофа (зависимость r^0 , T).
 Планк просто подобрал функцию, которая хорошо согласовывалась с опытами:

$r^0 = \frac{a_2}{e^{a_1/T} - 1}$, где a₁ и a₂ постоянные коэффициенты. Для теоретического обоснования Планк ввел квантовую гипотезу, согласно которой: *энергия атомов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции - кванту энергии которого равен h*. Тогда Планк окончательно установил:
 $r^0 = \frac{2}{c^2} \frac{h^3}{e^{kt} - 1}$. Так же легко доказывается что в области низких частот эта формула совпадает с формулой Рэлея-Джинса: $r^0 = \frac{2}{c^2} kT$, а при высоких частотах с выражением Вина.

Закон смещения Вина.



Зависимость энергетической светимости чёрного тела от частоты. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот.
 Так как $\frac{r}{T}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r}{T} = 0$ и отсюда получаем экстр. T b, где b = 2.9 * 10^3 м К.

Ультрафиолетовая катастрофа.

Если посчитать полную мощность излучения по формуле Рэлея-Джинса, то $R^0 = \frac{2}{c^2} kT d$. Отсюда получалось что черное тело излучает бесконечное количество энергии, что противоречит физическому смыслу.

Оптическая пирометрия.

Оптическая пирометрия называется совокупность оптических методов измерения высокой температуры, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого называются «Пирометрами». В радиационных пирометрах регистрируется интегральное (полное) излучение: $R_0 = r d$. А в оптических пирометрах - излучение тела в каком то одном участке спектра.

24. Равновесное тепловое излучение. Искусственная и поглотительная способность тела. Абсолютно чёрное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана и закон смещения Вина.

Равновесное тепловое излучение.
 Тепловое излучение - самостоятельное ил. эмис. способное находит в термодинамическом равновесии с веществом. Такое излучение называется равновесным, устанавливается в адиабатно замкнутой (теплоизолированной) системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре. При динамическом равновесии энергии, расходуемая каждым телом из системы тел на тепловое излучение, компенсируется вследствие поглощения этим телом такого же количества энергии падающего на него излучения.

Испектральная и поглотительная способность тела.
 Спектральной характеристикой теплового излучения тела служит спектральная плотность энергетической светимости: $r = \frac{dW_{изл}}{d\omega} \frac{d\omega}{4\pi}$, где W_{изл} - энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от единичной ширины. Спектральной характеристикой поглощения электромагнитных волн телом служит коэффициент поглощения: $a = \frac{dW_{погл}}{dW}$ безразмерная. Он показывает, какая доля энергии dW падающей в единицу времени на единицу площади поверхности с частотами от до +d поглощается телом.

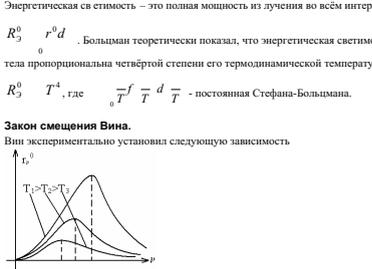
Абсолютно чёрное тело.

Тело называется абсолютно чёрным, если оно при любой температуре полностью поглощает всю энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления распространения. Следовательно, коэффициент поглощения чёрного тела r^0 равен единице. Спектральная плотность энергетической светимости чёрного тела r^0 зависит только от частоты излучения и термодинамической температуры T тела.

Закон Кирхгофа.
 Рассмотрим два тела, которые совершают теплообмен только между собой. Тогда для любого из них в 3 условия термодинамического равновесия $dW_{изл} = dW_{погл}$. У этого тела коэффициент поглощения равен $a = \frac{dW_{погл}}{dW}$ безразмерная и плотность энергетической светимости равна $r = \frac{dW_{изл}}{d} \frac{d\omega}{4\pi}$. Тогда получим $a dW = dW_{погл}$ и $r d = dW_{изл}$. Если рассматриваемые тела абсолютно чёрные, то справедливо: $a = r^0$ и $dW_{погл} = r^0 d = dW$, отсюда $\frac{r}{a} = r^0$. Это и есть закон Кирхгофа. Отношение энергетической светимости тела к его коэффициенту поглощения не зависит от материала тела и равно энергетической светимости чёрного тела, являющейся функцией только температуры и частоты. Из этого закона следует, что если тело о не поглощает излучение в каком то интервале частот, то оно не может излучать в этом интервале частот.

Закон Стефана-Больцмана.
 Энергетическая св. естимост - это полная мощность излучения во всём интервале частот: $R_0 = \int_0^\infty r^0 d$. Больцман теоретически показал, что энергетическая светимость сферического тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуры: $R_0 = T^4$, где $\sigma = \frac{r}{a} \frac{d}{T}$ - постоянная Стефана-Больцмана.

Закон смещения Вина.

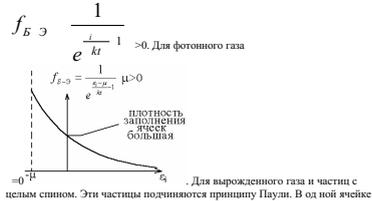


Вин экспериментально установил следующую зависимость: $T_1 > T_2 > T_3$. Зависимость энергетической светимости чёрного тела от частоты. При увеличении температуры, максимум излучательной способности смещается в сторону больших частот. Так как $\frac{r}{T}$, то при увеличении температуры максимум излучаемых длин волн будет уменьшаться. Для нахождения экстремума приравняем производную по длине волны к нулю: $\frac{r}{T} = 0$ и отсюда получаем экстр. T b, где b = 2.9 * 10^3 м К.

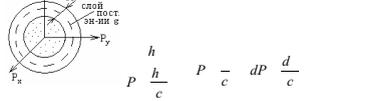
25. Тепловое излучение. Фотонный газ. Распределение Бозе-Эйнштейна. Подсчёт числа фотонов с частотой от до +d. Формула Планка.

Тепловое излучение.
 Тепловое излучение - это электромагнитные волны излучаемые нагретыми телами. Тепловое излучение e - единственное излучение, способное находится в термодинамическом равновесии с веществом. Такое излучение называется равновесным, устанавливается в адиабатно замкнутой (теплоизолированной) системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре. При динамическом равновесии энергии, расходуемая каждым телом из системы тел на тепловое излучение, компенсируется вследствие поглощения этим телом такого же количества энергии падающего на него излучения. Фотонный газ.
 Моделью фотонного газа является плосость, при температуре T. Фотонный газ находится в термодинамическом равновесии со стенками полости. Масса покоя равна нулю. Все ф. фотоны имеют одинаковую скорость, равную скорости света, но разные энергии и соответственно импульсы: $p = \frac{h}{c}$. Фотоны не сталкиваются между собой, поэтому $f_{B-E} = \frac{1}{e^{kt} - 1} > 0$. Для фотонного газа $f_{B-E} = \frac{1}{e^{kt} - 1} > 0$. Д. для вырожденного газа и частиц с целым спином. Эти частицы подчиняются принципу Паули. В од ной ячейке может находится произвольное число частиц.

Подсчёт числа частиц с частотой от v до v+dv.
 Имеем плосость, температура стенок T. Так как фотонный газ находится в термодинамическом равновесии со стенками и в плосости, то его температура тоже равна T. Отсюда dN = f(e). Число ячеек g = Gamma/(h^3/2), Gamma - объем фазового пространства, соответствует энергии от до +d.
 $\Gamma = \int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int dx dy dz d p_x d p_y d p_z \int V 4 \pi P^2 dP$



где V - объем сосуда, Gamma_P - объем области в фазовом пространстве импульсов. (т.к. энергия не зависит от координат x,y,z, нет потенциального поля; интеграл можно представить как произведение двух инт. интегралов)



$g = \frac{V 4 \pi P^2 dP}{\frac{1}{2} h^3} = \frac{V 8 \pi^2 d}{c^3 h^3} dN$ $g = f_{B-E} \frac{V 8 \pi^2}{c^3 h^3}$
 - распределение фотонов, не по ячейкам, а по энергиям. Так как h , то получим: $dN = \frac{V 8 \pi^2 h^2 d}{c^3 h^3} \frac{d}{e^{kt} - 1}$

Формула планка.

Планку первому удалось найти выражение функции Кирхгофа (зависимость r^0 , T). Планк просто подобрал функцию, которая хорошо согласовывалась с опытами: $r^0 = \frac{a_2}{e^{a_1/T} - 1}$, где a₁ и a₂ постоянные коэффициенты. Для теоретического обоснования Планк ввел квантовую гипотезу, согласно которой: *энергия атомов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции - кванту энергии которого равен h*. Тогда Планк окончательно установил:
 $r^0 = \frac{2}{c^2} \frac{h^3}{e^{kt} - 1}$. Так же легко доказывается что в области низких частот эта формула совпадает с формулой Рэлея-Джинса: $r^0 = \frac{2}{c^2} kT$, а при высоких частотах с выражением Вина.

27. Квантовая теория свободных электронов металлах. Распределение Ферми-Дирака. Подсчёт числа электронов с энергией от до +d .

Квантовая теория свободных электронов.

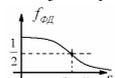
1. При формировании кристаллической решётки, атомы сблизаются так близко, что начинают перекрываться их электронные оболочки. (Физический размер атома ~ 0.1 нм, в результате валентные электроны обобществляются и становятся свободными, т. е. не принадлежат конкретному ядру.
2. Средняя сила, действующая на электроны со стороны узла кристаллической решётки и со стороны других электронов равна нулю. $F_{\text{действ. на электр. решётки}} = 0$ (в среднем). Это значит, что мы можем представить себе электронный газ с массой, равной массе электрона и зарядом равным нулю. Эти частицы свободно движутся и образуют образцы (в куске металла, как газ в пустом сосуде).
3. Так как $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, а концентрация электронов $n = 10^{28} \text{ м}^{-3}$, то температура вырождения $T_{\text{вырождения}} = 50000 \text{ К}$. Отсюда следует, что $T_{\text{действ.}} \ll T_{\text{вырождения}}$, следовательно электронный газ – вырожденный газ, т. е. спин электрона $s = \frac{1}{2}$, то электронный газ должен подчиняться статистике Ферми-Дирака.

Распределение Ферми-Дирака.

Распределение изображаемых точек по ячейкам для электронного газа.

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Химический потенциал $\mu > 0$. Если $f = \frac{1}{2}$.



Для электронного газа химический потенциал численно равен энергии тех фазовых ячеек, вероятность заполнения которых равна 0.5.



Подсчёт числа электронов с энергией от до +d .

$$f = \frac{dN}{g} = \frac{dN}{g} f_{\text{ФД}}(\epsilon)$$

где dN – число электронов с энергией от до +d, g – плотность заполнения ячеек, g – количество ячеек с энергией ϵ до $\epsilon + d\epsilon$.

плотность заполнения ячеек, g – количество ячеек с энергией ϵ до $\epsilon + d\epsilon$.

область фазового пространства, отвечающее энергии от до +d.

потому $\Gamma = \int dx dy dz \int dP_x dP_y dP_z = \Gamma_p \cdot V$, где Γ_p – объём области в фазовом пространстве.

$$dN = g f_{\text{ФД}}(\epsilon) d\epsilon$$

В фазовом пространстве импульсов области с постоянной энергией соответствует сферический слой радиуса R и толщиной dR .

$$dN = g f_{\text{ФД}}(\epsilon) d\epsilon$$

$$dN = g f_{\text{ФД}}(\epsilon) d\epsilon$$

Найдём функцию распределения по энергиям.

$$F = \frac{dN}{d\epsilon} = F \frac{4}{h^3} \frac{2m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{V} \sqrt{d}$$

- распределение по ячейкам (квартирам), F – распределение по энергии (этажам).

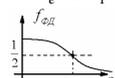
28. Распределение Ферми-Дирака. Распределение электронов по состоянию при T=0K. Энергия Ферми. Влияние температуры на распределение электронов по состояниям.

Распределение Ферми-Дирака.

Распределение изображаемых точек по ячейкам для электронного газа.

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Химический потенциал $\mu > 0$. Если $f = \frac{1}{2}$.

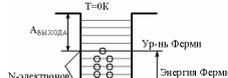


Для электронного газа химический потенциал численно равен энергии тех фазовых ячеек, вероятность заполнения которых равна 0.5.



Уровень и энергия Ферми.

Последний энергетический уровень, который заполняется при T=0K называется уровнем Ферми, а энергия, которая ему соответствует называется энергией Ферми.



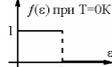
На каждом энергетическом уровне находится по 2-а электрона с противоположными спинами. В фазовом пространстве:



Распределение электронов по состоянию при T=0K.

Найдём зависимость $f(\epsilon)$ при T=0K. Так как электронный газ в образце находится внутри потенциальной ямы, его энергия квантуется. С точки зрения классической физики, все электроны должны оказаться на самом нижнем энергетическом уровне. Так как работает принцип Паули, то на каждом энергетическом уровне может находиться 1-2 электрона. Следовательно уровни будут заполняться «снизу вверх». В каждой ячейке одна частица.

При T=0K функция распределения:

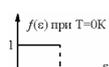


Рассмотрим конкретную функцию Ферми-Дирака.

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

при $T = 0 \text{ K}$, $f = \frac{1}{1 + 0} = 1$

при $T = 0 \text{ K}$, $f = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} = 0$



Отметим что при T=0K, химический потенциал совпадает с энергией Ферми.

Влияние температуры на распределение электронов по состояниям.

При увеличении температуры, химический потенциал уменьшается < .

1. Теплоёмкость электронного газа (C_v) из классической теории

$$C_v = \frac{3}{2} R$$

где R – число степеней свободы. Теоретически для твёрдого тела $C_v = \frac{6}{2} R = 3R$. Из опытов было

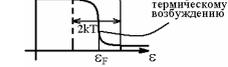
получено, что $C_v \approx \frac{3}{2} R$. Сравнивая эти формулы можно сделать вывод, что электронный газ не подвержен термическому возбуждению. Из этого можно сделать вывод, что температура и возбуждение не может переместить электроны с глубоко лежащих уровней на свободные верхние уровни. Электроны, лежащие вблизи уровня Ферми могут воспринимать тепловое возбуждение ϵ , но их число не превышает 1-2%.

2. Распределение электронов по энергетическим ячейкам при T = 0.

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

Функция распределения $f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$, $kT \ll \epsilon$.

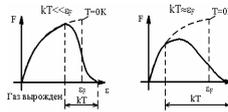
Соответствующий расчёт показывает, что $f = 1 - \frac{1}{2} \frac{kT}{\epsilon}$, так как $kT \ll \epsilon$. Даже при T = 0, $f = 1$. В итоге получаем:



1. Влияние температуры на функцию распределения по энергиям.

$$F = \frac{4}{h^3} \frac{2m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{V} \sqrt{d}$$

Тогда



$$kT = \frac{2}{5} \frac{m v_{\text{вырождения}}^2}{2} = \frac{m v_{\text{вырождения}}^2}{5} = 50000 \text{ K}$$

22. Функция распределения. Статистика Ферми-Дирака.

Функция распределения f(epsilon).
Функция распределения пропорциональна средней плотности заполнения энергии в малой области фазового пространства, которая соответствует энергиям частиц = (epsilon) – это среднее число избранных точек, которым соответствует некоторая энергия (epsilon). Например: f(2 * 10^-20 Дж) = 0.01; энергия частиц = 2 * 10^-20 Дж; на одну частицу = 100 ячеек; f(2 * 10^-20 Дж) = 30 : 1 = 2 * 10^-20, 2) в одной ячейке 30 избранных точек.

Замечание 1: в выражении f(epsilon) энергия частицы лежит в интервале от до +d.

Замечание 2: в классической физике под функцией распределения понимается наименьшую плотность вероятности того, что энергия частицы равна epsilon.

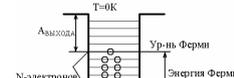
$$f_{\text{класс}} = \frac{f_{\text{квантов}}}{h^3 N}$$

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} > 0, < 1$$

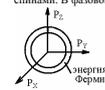
29. Распределение Ферми-Дирака при T=0K. Энергия Ферми и её связь с концентрацией и массой электронов. Температурная зависимость.

Уровень и энергия Ферми.

Последний энергетический уровень, который заполняется при T=0K называется уровнем Ферми, а энергия, которая ему соответствует называется энергией Ферми.



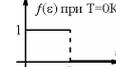
На каждом энергетическом уровне находится по 2-а электрона с противоположными спинами. В фазовом пространстве:



Распределение электронов по состоянию при T=0K.

Найдём зависимость $f(\epsilon)$ при T=0K. Так как электронный газ в образце находится внутри потенциальной ямы, его энергия квантуется. С точки зрения классической физики, все электроны должны оказаться на самом нижнем энергетическом уровне. Так как работает принцип Паули, то на каждом энергетическом уровне может находиться 1-2 электрона. Следовательно уровни будут заполняться «снизу вверх». В каждой ячейке одна частица.

При T=0K функция распределения:

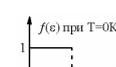


Рассмотрим конкретную функцию Ферми-Дирака.

$$f_{\text{ФД}} = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1}$$

при $T = 0 \text{ K}$, $f = \frac{1}{1 + 0} = 1$

при $T = 0 \text{ K}$, $f = \frac{1}{e^{-\frac{\epsilon}{kT}} + 1} = 0$



Отметим что при T=0K, химический потенциал совпадает с энергией Ферми.

Энергия Ферми и её связь с концентрацией и массой электронов.

$$N = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{2m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{V} \sqrt{d}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \frac{2m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{V} \sqrt{d} = N$$

Тогда выражая энергию, получим:

$$E = \frac{3N}{8} \frac{h^2}{2m} \sqrt{2\pi} \sqrt{V} \sqrt{d}$$

концентрация

$$n = 10^{28} \frac{1}{\text{м}^3}$$

$E = 5 \cdot 10^5 \text{ эВ}$

$m = 10^{-30} \text{ кг}$

$$E = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{2m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{V} \sqrt{d}$$

Определение эквивалентной температуры идеального газа, внутренняя энергия которого равна энергии электронного газа при T=0K.

Определим внутреннюю энергию 1-го моля электронного газа при T=0K. Пусть $\epsilon = 5 \text{ эВ}$, тогда $\epsilon < \epsilon_F = 5 \text{ эВ}$.

$U = \langle \epsilon \rangle N_A = 3.16 \cdot 10^{19} \text{ Дж} = 6 \cdot 10^{20} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

Определим эквивалентную температуру идеального газа, внутренняя энергия которого равна энергии электронного газа при T=0K.

$$U_{\text{ид.газ}} = U_{\text{электр.газ}} = \langle \epsilon \rangle_{\text{класс}} N = \langle \epsilon \rangle_{\text{электр.газ}} N = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{5} \epsilon$$

$\epsilon = 5 \text{ эВ}$, тогда $T = \frac{2}{5} \frac{\epsilon}{k} = \frac{2}{5} \frac{5 \cdot 1.6 \cdot 10^{19}}{1.4 \cdot 10^{-23}} = 20000 \text{ K}$ Идеальный газ при T=20000K обладает такой же внутренней энергией как и электронный газ при T=0K.

30. Удельная электропроводность металлов. Её зависимость от концентрации транспортной длины свободного пробега и тепловой скорости электронов. Температурная зависимость.

Плотность тока: $j = \frac{I}{S}$. Омпитный закон: $j = \sigma E$ (закон Ома в дифференциальной форме), где σ - удельная проводимость. Найдем удельную проводимость σ через характеристики идеального газа.

За время Δt через сечение проводника пройдёт $N_{\Delta t}$ электронов

$$N_{\Delta t} = n V_{\text{ЦИЛИНДРА}} = n v_{\text{ДРЕЙФ}} \Delta t S$$

$$j = \frac{Q}{t S} = \frac{e N_{\Delta t}}{t S} = \frac{e n v_{\text{ДРЕЙФ}} \Delta t S}{t S} = e n v_{\text{ДРЕЙФ}}$$

Электрон участвует в двух видах движения: Они дрейфуют и совершают колебания за счет тепловой энергии. Ток создается только направленным движением. Скорость дрейфа: $v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{1}{m^*} e E$. Скорость теплового движения: $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT$. $v_{\text{ТЕПЛОВОЕ}} = 100 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. $v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{e E}{m^*}$

Запишем второй закон Ньютона: $m^* \frac{dv}{dt} = e E$. $F_{\text{СОПР. УЗЛОВ КР. РЕШ.}}$ - где m^* - эффективная масса электрона, она определяется законами квантовой механики. Пусть $F_{\text{СОПР.}}$ в v где γ - коэффициент пропорциональности тогда:

$m^* \frac{dv}{dt} = e E - \gamma v$. Рассмотрим процесс резкого включения и выключения электрического поля.

τ - время релаксации - время по истечении которого, после выключения электрического поля, скорость направленного движения уменьшится в e раз. Рассмотрим процесс уменьшения скорости направленного движения после выключения поля:

$$m^* \frac{dv}{dt} = -\gamma v \Rightarrow \ln v = -\frac{\gamma}{m^*} t + \text{const}$$

Закон изменения скорости после выключения поля. $v = v_{\text{ДРЕЙФ}} e^{-\frac{t}{\tau}}$ если $t > T$, то $v = \frac{v_{\text{ДРЕЙФ}}}{e}$ при $t = \tau$.

В результате получим следующее выражение: $m^* \frac{dv}{dt} = e E - \gamma v$. В установившемся режиме: $v = v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{e E}{m^* \gamma}$.

$$j = n e v_{\text{ДРЕЙФ}} = \frac{n e^2 E}{m^* \gamma}$$

удельная проводимость σ , где τ - время релаксации.

λ - длина свободного пробега

L - транспортная длина свободного пробега - это то расстояние, пройденное электрон теряет информацию о своей первоначальной скорости.

$$\sigma = \frac{n e^2 L}{m^* v_{\text{ДРЕЙФ}}} = \frac{n e^2 L}{m^* v_{\text{ТЕПЛОВАЯ}}} = \frac{n e^2 L}{m^* \sqrt{\frac{3}{2} kT}} = \frac{n e^2 L}{m^* \sqrt{3/2} \sqrt{kT}}$$

Температурная зависимость. При изменении температуры существенно меняется только транспортная длина. Поэтому расчёты показывают, что при малых температурах: $\sigma \propto T^{-3/2}$. При высоких температурах: $\sigma \propto T^{-1/2}$.

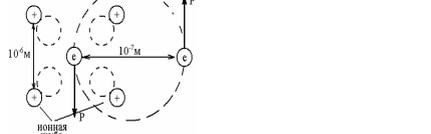
31. Сверхпроводимость. Куперовские пары. Энергетическая щель. Бозонная сверхтекучая жидкость.

Энергетическая щель. Сверхпроводимость можно было бы объяснить, если вблизи уровня Ферми существовала энергетическая щель.

Эксперимент по поглощению электромагнитных волн. Из опыта $10^3 \cdot 10^2 \text{ эВ}$

Эд. Маг. Волна, ν , $I, \text{мА}$, $\nu_{\text{КР}}$, ν , $h \nu = \text{ширина щели}$

Куперовские пары. При низких температурах образуются куперовские пары электронов. Куперовские пары - своеобразное притяжение электронов между собой.



Определение: Электроны и другие частицы, у которых проекция спинов на направление вектора H внешнего магнитного поля, равно и упорядочено четному числу $2j$, называются **бозонами** или **частицами с четным спином**. Под действием притяжения электрона происходит смещение узлов кристаллической решётки. Вокруг электрона образуется электронная шуба. Суммарный заряд (с учетом знака) оказывается положительным. Найдётся другой электрон, который начнет притягиваться к такому сгустку. В результате образуется Куперовская пара. В Куперовской паре могут участвовать только электроны противоположными им импульсами и спинами. Электроны в куперовской паре участвуют в круговом движении, электроны в куперовской паре имеют меньшую энергию, чем если бы они находились в отдельности. Так как электроны в куперовской паре обладают противоположными спинами, то их суммарный спин равен 0, следовательно, куперовская пара является не фермионом, а бозоном и на неё распространяется принцип Паули. В результате куперовские пары могут находиться в одной ячейке в неограниченном количестве. Это обстоятельство позволяет создать электрический ток. При создании тока все бозоны оказываются в одном состоянии и образуется связанный квантовый коллектив, который может существовать сколь угодно долго. Выход электрона из Куперовской пары невозможен, так как нет вакантного места для этого электрона. Следовательно, он вынужден искать себе парника. Очевидно, что в создании Куперовской пары могут участвовать электроны находящиеся вблизи уровня Ферми.

Сверхпроводимость. Из опыта из чистой ртути:

Внутри сверхпроводника магнитное поле $B=0$. Сверхпроводники - идеальные диамагнетики.

Теория сверхпроводимости. Электрическое сопротивление обусловлено рассеиванием электронов на узлах кристаллической решетки. Если кристаллическая решётка обладает идеальной периодичностью, то электроны проходя через неё не рассеивались (Сопротивление было бы =0). Рассеивание происходит в связи с тем, что узлы кристаллической решетки колеблются (участвуют в тепловых колебаниях) (фотоны). Поэтому с точки зрения квантовой механики, с сопротивление электрическому току обусловлено рассеиванием на фотонах и примесях. С точки зрения квантовой механики, при столкновении электрон должен перейти на более высокий энергетический уровень. Если бы высшие уровни оказались недоступными для электрона, то он продолжил бы двигаться так же, не меняя своего состояния. Сверхпроводимось можно было бы объяснить, если вблизи уровня Ферми существовала энергетическая щель. Тогда при увеличении температуры вышедшие из Куперовой пары электроны могут быть переброшены через энергетическую щель, в результате разрушается связанный коллектив и сверхпроводимость исчезает.

Существует связь: $3.5 kT_{\text{критич}} = \Delta E_{\text{щели}}$

область сверхпроводимости, $T_{\text{критич}}$, область сверхпроводимости, 4.2K , B , J

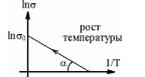
34. Зонная теория твёрдых тел. Полупроводники. Собственная и примесная проводимости полупроводников. Зависимость удельной проводимости от температуры.

Зонная теория твёрдого тела.

Зонная теория проводимости, в отличие от теории свободных электронов, учитывает влияние узлов кристаллической решётки. Электроны движутся в периодическом поле этих узлов. В этой теории твёрдое кристаллическое тело рассматривается как строго периодическая структура, в которой ионы создают электрическое поле. Задача состоит в описании поведения электронов в этом поле.

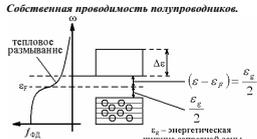
Полупроводники Si, Ge. К полупроводникам относятся вещества, валентная зона которых заполнена полностью, а запрещённая зона сравнительно не высока, порядка 2 эВ. В результате воздействия электроны могут быть переброшены в зону проводимости.

Зависимость удельной проводимости от температуры.



С ростом температуры при оводимость полупроводников возрастает. $\sigma \sim \exp(-\frac{E_g}{2kT})$. Проведя подобный эксперимент и построив график, можно показать, что $\sigma \sim (1/T)^2 \exp(-\frac{E_g}{2kT})$

Собственная проводимость полупроводников. Собственная проводимость полупроводников.



Благодаря тепловому воздействию электроны могут быть переброшены из валентной зоны в зону проводимости.

И эта группа электронов может принимать участие в создании электрического тока. В валентной зоне, после ухода электронов, образуются вакантные места, которые называются дырками. Электроны внутри валентной зоны могут занимать эти вакантные места, тем самым участвуя в создании электрического тока. В результате в чистом полупроводнике возникает 2-а типа проводимости: электронная и дырочная. При этом, дырка обладает положительным зарядом и как бы перемещается в электрическом поле.

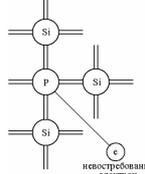


Примесная проводимость полупроводников.

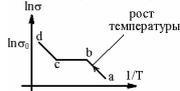
Введение в полупроводник примесей сильно влияет на его электрические свойства. Под примесями понимают как атомы или ионы посторонних элементов, так и различного рода дефекты и искажения в кристаллической решётке. Если в основную кристаллическую решётку полупроводника вводится примесные атомы, то независимо от того, где эти атомы располагаются в кристалле, возникают дополнительные энергетические уровни, расположенные в запрещённой зоне и называемые примесями, локальными энергетическими уровнями.

Полупроводники n-типа.

В чистый 4-х валентный кремний Si вводится 5-валентный элемент, например фосфор P.



Невысвободившийся электрон фосфора находится на более высоком уровне, чем электроны кремния, тем более он не спаренный, поэтому его легче перевести в зону проводимости. Отсюда ясно, что носителями тока в этом случае являются электроны. Для такого полупроводника будет следующая температурная зависимость.



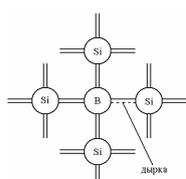
Участок а-б. Под действием теплового возмущения электроны с донорных уровней перебрасываются в зону проводимости, за счёт этого увеличивается проводимость полупроводника.

Участок б-с. Происходит опустошение донорных уровней, поэтому проводимость не меняется.

Участок с-д. За счёт теплового возмущения происходит перебор электронов из валентной зоны в зону проводимости. В результате параллельно с электронной возникает дырочная проводимость.

Полупроводники p-типа.

В чистых валентный кремний, добавляем трёхвалентный элемент, например бор B.



При введении бора, у него не хватает одного электрона, и он отнимает его у кремния, поэтому у кремния появляется вакансия (дырка).

Под воздействием теплового возмущения электроны из валентной зоны переходят на акцепторные уровни. В валентной зоне образуются вакантные места (дырки). В результате носителями электрического тока являются дырки.

35. Контактные явления. Работа выхода. Внутренняя и внешняя контактная разность потенциалов.

Работа выхода электрона из образца.

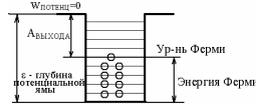
Иза теплового движения электроны покидают проводник, и вокруг проводника образуется электронная шуба. Электроны не могут далеко уйти от проводника (из шубы) из-за кулоновского притяжения. В результате у поверхности проводника возникает внутренний электрический слой.



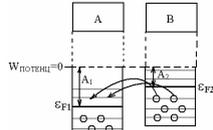
Для электрона $W_{потвн} = e\phi$



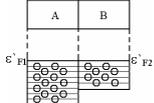
Второй электронный слой формирует потенциальную яму для электронов.



Контактные явления двух разных металлов. Внутренняя и внешняя контактная разность потенциалов.



Если образцы привести в соприкосновение, то электроны с энергетического уровня образца В начнут перемещаться на нижележащие уровни образца А. Этот процесс будет до тех пор, пока не произойдёт выравнивание химического потенциала.



После контакта электроны перейдут из В в А. В результате А зарядится отрицательно и все его энергетические уровни поднимутся вверх. Для образца В уровни опускаются и химический потенциал выравнивается.

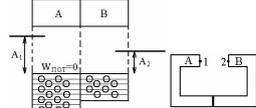
Для образца А: $\phi_1 = e^{-1} \phi_1$. Для образца В: $\phi_2 = e^{-1} \phi_2$. Тогда контактная разность потенциалов:

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{e_1}{e} \phi_1 - \frac{e_2}{e} \phi_2, \text{ знав чему равна энергия}$$

$$\text{Ферми: } \phi = \frac{h^2}{2m} \frac{3m}{8} \sqrt{\frac{N}{V}} \text{ получим: } \phi_1 - \phi_2 = \frac{h^2}{2m} \frac{3}{8} \sqrt{\frac{N_1}{V_1} - \frac{N_2}{V_2}}$$

Выход внутренняя разность потенциалов возникает из-за разности концентрации электронов в образцах N_1 и N_2 .

Внешняя разность потенциалов.



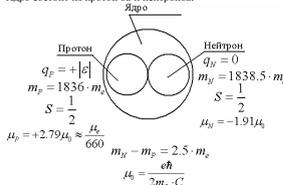
Электрон, который попадает в точку 1, будет иметь потенциальную энергию: $W_{пот} = e\phi_1$. Для электрона в точке 2: $W_{пот} = e\phi_2$.

Тогда внешняя контактная разность потенциалов: $\phi_1 - \phi_2 = \frac{A_1}{A_2} \phi_1 - \frac{A_2}{A_1} \phi_2$. Внешняя контактная разность потенциалов возникает из-за разности работ выхода, в разных металлах.

39. Физика атомного ядра. Заряд, размер и масса атомного ядра. Нуклоны. Состав ядра. Взаимодействие нуклонов и понятие о природе и свойствах ядерных сил.

Теория атомного ядра.

Ядро состоит из протонов и нейтронов.



q – заряд

m – масса

S – спин

μ – магнитный момент

μ_0 – ядерный магнитный момент

Время жизни:

$$\tau_p = 12 \text{ минут; реакция: } p + p \rightarrow e^+ + \nu + 0.6 \text{ МэВ}$$

антинейтрино

Заряд ядра: $Q_{ядра} = Z |e|$; Z – число протонов

Масса ядра: $A = Z + N$, N – число нейтронов. $A \approx 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

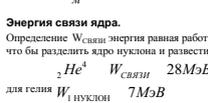
Размер ядра и атома: $r_{ядра} = 10^{-13} \text{ см}$, $r_{атома} = 10^8 r_{ядра}$. Плотность ядра:

$$\rho = 1.3 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Энергия связи ядра.

Определение $W_{связи}$ – энергия равная работ с, которую необходимо совершить что бы разделить ядро нуклонов и развести на большое расстояние. Пример: ${}^2\text{He}^4$ $W_{связи} = 28 \text{ МэВ}$

для гелия $W_{нуклон} = 7 \text{ МэВ}$. Удельная энергия связи: W/A .



Ядерные силы.

1. Ядерные силы – силы оказывающие очень сильное взаимодействие, но действующие на расстоянии $R \approx 2.2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$.
2. Ядерные силы зарядо независимые, т.е. одинаково взаимодействуют:



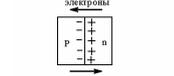
3. Протоны взаимодействуют, или их спины взаимодействуют.

36. Контактные явления p-n переход. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода. Внутренний фотоэффект. Солнечные батареи.

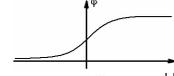
Контактные явления. P-n переход.

В полупроводниках n-типа имеется много электронов, в полупроводниках p-типа их мало. При контакте начнется диффузия электрорнов из полупроводника n в p. Также происходит диффузия дырок из p в n. Полупроводник p-типа зарядается отрицательно и его энергетиче ские уровни смещаются вверх.

Полупроводник n-типа зарядается положительно и его энергетические уровни смещаются вниз. Процесс идёт до выравнивания химических потенциалов. На p-n переходе электроны и дырки рекомбинируют между собой. В результате в области p-n перехода образуется слой, объединённый носителями тока.



Для электрона: $W_{пот} = e\phi$



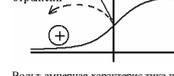
Для дырки: $W_{пот} = |e|\phi$



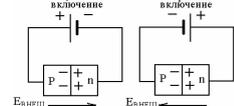
отрицены



отрицены



Вольт-амперная характеристика полупроводник ового диода.



Е_внеш

Е_внутр

При прямом включении внешнее электрическое поле уменьшает величину потенциального барьера, тогда возможен переход электронов из образца n-типа в образец p-типа, а дырок наоборот. При обратном включении внешнее электрическое поле ещё более увеличивает высоту потенциального барьера, поэтому электрический ток протекает очень слабый и называется током утечки или обратным током.



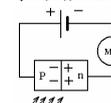
Внутренний фотоэффект в полупроводниках.



Полупроводник

Осветим полупроводник ик: $h\nu$. Тогда электрон с верхнего энергетического уровня преодолеет запрещённую зону и перейдёт в зону проводимости. Возникнет фототок, который будет пропорционален интенсивности света.

Принцип действия солнечной батареи.



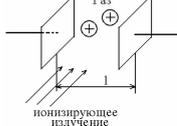
На p-n переходе существует потенциальный барьер и соответствующую ему разность потенциалов. Электрический ток течёт, т.к. p-n переход объединён носителями электрических зарядов. Если осветить p-n переход фотонами соответствующей частоты, то под действием этого излучения появятся свободные электроны и дырки. Образовавшимся свободные электроны скатываются по потенциальной горке и в цепи создается ток.

37. Электропроводность газов. Несамостоятельная проводимость. Плотность тока насыщения.

Газовый разряд – ток протекающий в газах. Источником ионизации, при несамостоятельном газовом разряде, являются внешние факторы: космические лучи, ионизирующее излучение, поток фотонов открытого плазмы и т.д. Плотность тока равна: $j = ne U_{дрейфа} U_{дрейфа} U_e E$

$$j = ne \left(\frac{E}{E_0} \right) \left(\frac{E}{E_0} \right) U_e E$$

Несамостоятельный газовый разряд.



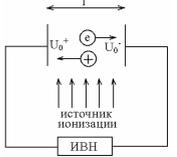
Нет напряжения на электродах, происходит 2-я процесс:

1. Ионизация атомов газа. Характеризуется скоростью ионизации $n_i = \frac{\text{число пар носителей}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}$

2. Рекомбинация – процесс создания нейтральных молекул. Характеризуется скоростью рекомбинации: $n_r = \frac{\text{число пар}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}$

В состоянии равновесия $n_i = n_r$. Вероятность рекомбинации определяется вероятностью встречи (ионов ~ n и электронов ~ n). Тогда $n_r = N^2$ (так как вероятность двух равноправных событий, равно произведению этих событий). Пусть γ – коэффициент рекомбинации $r \text{ см}^3 \cdot \text{с}$. Тогда: $n_i = n_r \gamma n^2$, где n – концентрация носителей.

На электроды подаём ускоряющую разность потенциалов.



Будут происходить 3-и процесс:

1. Ионизация, характеризуется n_i .
 2. Рекомбинация, характеризуется n_r .
 3. Перераспределение носителей зарядов электрическим полем, характеризуется n_e .
 $J_{ток} = n_i e V_{область где находится электрическое поле} = n_i e S l$

где S – площадь электродов. Тогда: $j = \frac{J}{S} = n_i e l = n_j \frac{j}{e l}$

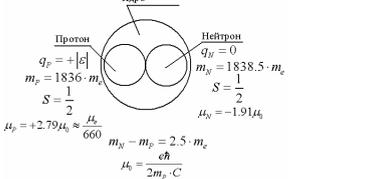
В равновесии: $n_i = n_r = n_j \gamma n^2 = \frac{j}{e l}$

Далее возможны две ситуации:
 Малая ускоряющая разность потенциалов $n_i = n_r$ Большая ускоряющая разность потенциалов $n_i = n_r$
 $n_i = n_r \gamma n^2 = n \sqrt{\frac{n_i}{\gamma}}$ $n_i = \frac{j}{e l} = j e$
 $j = neU_{дрейфа}$ $j = n_{насыщения} \frac{e S l}{l} = j_{насыщения}$
 $\sqrt{\frac{n_i}{\gamma}} = e U_0 U_0 E E n_i = 6 \frac{\text{пар}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}$ $j_{насыщения} = 1.6 \cdot 10^{19} \text{ Кт} \cdot 6$
 $j = \frac{E}{10^6} \frac{\text{пар}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} = 10^6 \frac{\text{пар}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} = 10^1 \text{ м} = 10^{14} \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$



40. Физика атомного ядра. Состав ядра. Нуклоны. Дефект масс и энергия связи ядра. График зависимости удельной энергии связи от массового числа.

Теория атомного ядра.
 Ядро состоит из протонов и нейтронов.



q – заряд
 m – масса
 S – спин
 – магнитный момент
 o – ядерный магнитный момент

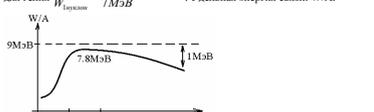
Время жизни: $\tau = 12 \text{ минут; реакция: } n + p \rightarrow e^- + 0.6 \text{ МэВ}$
 антинейтрино

Заряд ядра: $Q_{ядра} = Z |e|$; Z – число протонов
 Масса ядра: $A = Z + N$, N – число нейтронов. $A = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Размер ядра и атома: $r_{ядра} = 10^{-15} \text{ см}$, $r_{атома} = 10^{-8} \text{ см}$, $r_{ядра} = 10^5$ Плотность ядра: $1.3 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Энергия связи ядра.
 Определение $W_{связи}$ энергия равная работ е, которую необходимо совершить что бы разделить ядро нуклона и развести на большое расстояние. Пример:

для гелия ${}^2\text{He}^4$ $W_{связи} = 28 \text{ МэВ}$ $W_{связи} = 7 \text{ МэВ}$. Удельная энергия связи: W/A .



Дефект масс.
 При образовании ядра, его масса не равна сумме масс составляющих его протонов и нейтронов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Соответствующая масса для энергии связи: $m = \frac{W_{связи}}{c^2}$ эта разница масс и называется **дефектом масс**.

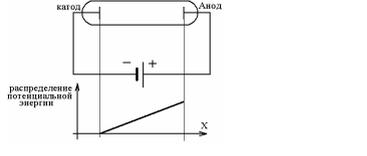
38. Электропроводность газов. Самостоятельный газовый разряд. Тлеющий разряд. Плазма. Радиус Дебая.

Самостоятельный газовый разряд. Тлеющий разряд.

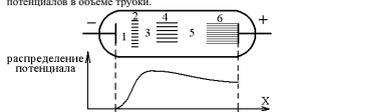
Механизм создания носителей тока:
 1. Термоэлектронная эмиссия (вырывание электронов у нагретого электрода).
 2. Вторичная электронная эмиссия (выбивание электронов при бомбардировке электрода ионами).
 3. Автоэлектронная эмиссия (вырывание электронов с поверхности электрода электрическими полями (туннельный эффект)).
 4. Ионизация газа в объеме электронным ударом (упругим, и супругим 1-го рода, неупругим 2-го рода).
Упругий удар: электроны не теряют скорости, молекулы газа не возбуждаются.
Неупругий удар первого рода: электроны теряют скорость, молекулы газа возбуждаются и при пер соходе в нормальное состояние возможно свечение не газа, молекулы не ионы ирваны.
Неупругий удар второго рода: происходит ионизация газа, появляются дополнительные носители тока, при рекомбинации возможно свечение е.
 Вероятность:



Пример самостоятельного газаго разряда: **тлеющий разряд.**

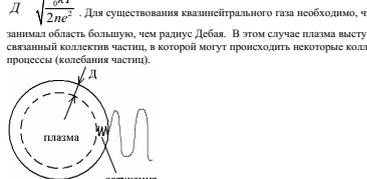


Начнём отключать газ из трубки. При P=50 мм. рт. ст. возникает светящийся шпур. При P=5 мм. рт. ст. будет устойчивое сечение. При этом происходит и перераспределен не потенциалов в объеме трубки.



1. Основное темное пространство. Ионы под действием большой ускоряющей разности потенциалов, бомбардируют катод, из которого вылетают электроны (вторичная эмиссия). Электроны не успевают набрать энергию для возбуждения молеку, потому свет синий нет.
2. Электроны в этой области имеют энергию, достаточную для возбуждения молекулы (удар первого рода). Происходит свечение.
3. Темное катодное пространство. Происходит ионизация молекул. Электроны уходят из этого объема. Св свечения нет (удар второго рода).
4. Тлеющий разряд. Благодаря диффузии в эту область проникают ионы. Происходит рекомбинация электронов и ионов. Мощное свечение.
5. Темное Фарадое пространство. В этой области нет быстрых электронов, и нет ионов, потому заряд на балансируется упругими ударами. Св свечения нет.
6. Положительный анодный столб. Электроны разогнались до энергий необходимых для неупругого удара и своего рода, молекулы в возбуждаются, появля ется свечение, при их возврате в основное состояние.

Радиус Дебая.
 Радиус Дебая характеризует область нарушения квазинейтральности. Он равен $D = \sqrt{\frac{kT}{2ne^2}}$. Для существования квазинейтрального газа необходимо, что бы он занимал область большую, чем радиус Дебая. В этом случае плазма выступает как связанный коллектив частиц, в которой могут происходить некоторые коллектив ные процессы (колебания частиц).



Плазма.
 Плазма – это квазинейтральный ионизированный газ, занимающий т акую большую область, что в пределах этой области не нарушается квазинейтральность из-за флуктуаций (тепловых). Плазма бывает высокотемпературной (происходит температурная ионизация) и газоразрядной (ионизация эд. ударом). Определим область, в пределах которой может нарушат ься квазинейтральность за счёт тепловых флуктуаций.

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{M} + \frac{1}{N}$$

Пусть электроны из объема AMNB сместятся вверх на расстояние l. На участке AB возникает не скомпенсированный, положительный заряд: $ne l$. Тогда напряжённость электрического поля: $E = \frac{ne l}{\epsilon_0} = \frac{E^2}{2} = \frac{n^2 e^4 l^2}{2 \epsilon_0}$. Электрическая энергия возникает за счёт энергии теплового движения.

$$\text{ТЕПЛОЕ ЭЛЕКТРОНОВ} = \frac{3}{2} kT; \quad \text{ТЕПЛОЕ ИОНОВ} = \frac{3}{2} kT; \quad \text{ТЕПЛОЕ} = 3nkT$$

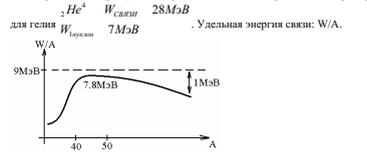
$$\text{ТЕПЛОЕ ЭЛЕКТРОНОВ} = \frac{n^2 e^4 l^2}{2} = 3nkT \quad l = \sqrt{\frac{6kT \epsilon_0}{ne^2}}$$

Из более точного расчёта получается радиус Дебая. Температура ионов в плазме – сотням градусов, температура электронов – 50000К. Такая плазма называется неизоэотермическая плазма (2-х температурная). Если температура ионов становится соизмеримой с температурой электронов, то плазма называется изотермической.

41. Дефект масс и энергия связи ядра. Реакция деления ядра. Цепная реакция. Критическая масса. Проблемы ядерной энергетики.

Энергия связи ядра.

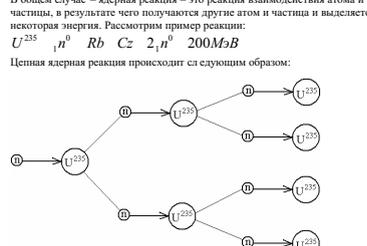
Определение $W_{связи}$ энергия равная работе, которую необходимо совершить что бы разделить ядро нуклона и развести на большое расстояние. Пример: для гелия ${}^2\text{He}^4$ $W_{связи} = 28 \text{ МэВ}$ $W_{связи} = 7 \text{ МэВ}$. Удельная энергия связи: W/A .



Дефект масс.
 При образовании ядра, его масса не равна сумме масс составляющих его протонов и нейтронов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Соответствующая масса для энергии связи: $m = \frac{W_{связи}}{c^2}$ эта разница масс и называется **дефектом масс**.

Реакция деления ядер. Цепная ядерная реакция. Критическая масса.
 В общем случае – ядерная реакция – это реакция взаимодействия атома и частицы, в результате чего получаются другие атомы и частица и выделяется некоторая энергия. Рассмотрим пример реакции: $U^{235} + n^0 \rightarrow Rb + Cs + 2n^0 + 200 \text{ МэВ}$

Цепная ядерная реакция происходит сл следующим образом:

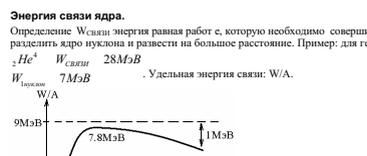


Как видно в результате приведённой реакции образуются ещё два нейтрона, в свою очередь эти два нейтрона, если масса урана велика, найдут свои атомы урана и в результате получатся четыре нейтрона и т. д. (Для а атомного урана не имеет значение какую энергию имеет нейтрон, и в этой реакции маловероятен процесс поглощения нейтроном). Если масса урана мала, то вторичные нейтроны вылетают за пределы массы урана и цепная реакция протекать не будет. Вывод: **критической массой** называется та масса урана, при которой возможно протекание цепной реакции.

Проблемы ядерной энергетики.
 Конечно, ядерная энергия является наиб олее дешёвой и будущ ее именно за ней (В Японии, к примеру, 80% энергии вырабатывают АЭС). Но необходимо утилизир овать отходы, происходит и заражение территории. Тем более при всех мерах безопасности, все таки возможны аварии которые приведут к начальным последствиям.

42. Дефект масс и энергия связи ядра. Реакция синтеза атомных ядер. Проблемы управляемых термоядерных реакций.

Энергия связи ядра.
 Определение $W_{связи}$ энергия равная работ е, которую необходимо совершить что бы разделить ядро нуклона и развести на большое расстояние. Пример: для гелия ${}^2\text{He}^4$ $W_{связи} = 28 \text{ МэВ}$ $W_{связи} = 7 \text{ МэВ}$. Удельная энергия связи: W/A .



Дефект масс.
 При образовании ядра, его масса не равна сумме масс составляющих его протонов и нейтронов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Соответствующая масса для энергии связи: $m = \frac{W_{связи}}{c^2}$ эта разница масс и называется **дефектом масс**.

Реакция синтеза атомных ядер.
 ${}^1\text{H}^2 + {}^1\text{H}^3 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + n^1 + 26 \text{ МэВ}$
 ${}^1\text{H}^2$ Делтерий
 ${}^1\text{H}^3$ Тритий

Эта реакция возможна, если свети ядра делтерия и трития на расстояние 10^{-11} см. Но это не так легко сделать, т. к. их будет отталкивать Кулоновская сила. Энергия отталкивания будет равна: $\frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 r} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{3}{2} kT$

Чтобы преодолеть энергию отталкивания газ нужно нагреть до 10^8 К .

Проблемы управляемых термоядерных реакций.
 Термоядерные реакции являются более экономичным, по сравнению с реакциями деления тяжёлых ядер. Во первых при протекании термоядерной реакции выделяется больше энергии на один нуклон, а во вторых запасы делтерия и трития на земле практически неисчерпаемы. Делтерий и тритий – изотопы водорода, а которого в мировых океанах (H₂O) очень много. Однако для протекания термоя срой реакции и необходима очень большая температура (приблизительно 10К). Для такой реакции необходимо, что бы скорость выделеная энергии в системе была не меньше, чем скорость отвода энергии от системы. Теоретически возможно удержание делтерия своей плазмы сильными магнитными полями, но плазма очень неустойчива, потому у это только теория.